

**Attraktivitätsgesteuerte dynamische
Alternativenwahlmodelle:
Analysen und Simulationen in drei
Anwendungsbereichen**

**Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades**

vorgelegt von
Bernhard Güldner
aus Bamberg

1984

Diss. Erlangen

1984 № 384

**Attraktivitätsgesteuerte dynamische
Alternativenwahlmodelle:
Analysen und Simulationen in drei
Anwendungsbereichen**

**Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades**

**vorgelegt von
Bernhard Güldner
aus Bamberg**

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fakultäten der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Juli 1984

Vorsitzender der Promotionskommission:

Professor Dr. K. Jacobs

Erstberichterstatter: Professor Dr. B. Dejon

Zweitberichterstatter: Professor Dr. M. Neumann

Inhaltsverzeichnis:

§ 1.	Einleitung und Überblick über die Arbeit.	1
§ 2.	Ein dynamisches Alternativenwahlmodell	8
2.1	Beschreibung	8
2.2	Interpretation und erste Eigenschaften	11
2.3	Dynamische Gleichgewichtsgesetze als Lösung des Gleichgewichtsproblems in einem Netzwerk	15
2.4	Attraktivitätsgesetze: Beziehung zu stochastischen Alternativenwahlmodellen	18
§ 3.	Anwendungsgebiet I des dynamischen Alternativenwahlmodells: Räumliche Wanderungen verhaltenshomogener Gruppen	21
3.1	Allgemeines	21
3.2	Modellierung des Moverpools	24
3.3	Empirische Ergebnisse über den Zusammenhang zwischen Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf der Bevölkerung	25
3.4	Analytische Untersuchungen der Wanderungsraten beim dynamischen Alternativenwahlmodell	32
3.5	Numerische Untersuchungen des Verhaltens von Ein- und Auswanderungsraten	42
§ 4.	Anwendungsgebiet II des dynamischen Alternativenwahlmodells: Standortwahl und Landnutzung	56
4.1	Standortwahl und Landnutzung nach Alonso	56

- 4.2 Ein dynamisches Modell zur Standortwahl und Landnutzung vom Alonso - Typ
 - 4.3 Eine Darstellung des dynamischen Ablaufgeschehens
 - 4.4 Stationäre Preisstruktur im dynamischen Alternativenwahlmodell vom Alonso - Typ
 - 4.5 Numerische Untersuchung des dynamischen Alternativenwahlmodells vom Alonso - Typ: Implementierung, Ergebnisse, Interpretation
- § 5. Anwendungsgebiet III des dynamischen Alternativenwahlmodells: Mesodynamik in der Nationalökonomie
- 5.1 Charakterisierung des mesodynamischen Alternativenwahlmodells zur Simulation ökonomischer Prozesse
 - 5.2 Spezifikation der Nutzenfunktionen
 - 5.3 Bemerkungen und Interpretation
 - 5.4 Simulation ökonomischer Prozesse

Bezeichnungen

Literaturverzeichnis

§ 1. EINLEITUNG UND UEBERBLICK UBER DIE ARBEIT

Individuelles Wahlverhalten zwischen zwei Alternativen wurde insbesondere in den 60-er Jahren mittels sogenannter binärer Logit - Modelle modelliert (Warner(26), McGillivray(27)). Vor allem McFadden(38), Theil(16) und auch Ben-Akiva(25) erweiterten die binären Logit - Modelle zu den multinomialen Logit - Modellen, mittels derer das Wahlverhalten bei mehr als zwei Alternativen modelliert wird.

Beide Modelle gehen von der Annahme aus, daß das individuelle Wahlverhalten darauf beruht, daß jedes Individuum den zur Auswahl vorliegenden Alternativen gewisse Nutzenwerte zuordnet und dabei die Alternative mit größtem Nutzen auswählt. Diese Auswahl geschieht nur bis zu einem gewissen Grade deterministisch. Individuelle Gesichtspunkte, die bei der Zuordnung eines Nutzenwertes zu einer Alternative eine Rolle spielen, werden in obigen Modellen durch einen stochastischen Nutzenanteil - neben dem deterministischen - berücksichtigt.

Weitere stochastische Nutzenmaximierungsmodelle, die in jüngerer Zeit entwickelt wurden (z.B. das Probit - Modell (Daganzo(14)) oder das Dogit - Modell (Gaudry/Dagenais(43))) unterscheiden sich vom multinomialen Logit - Modell lediglich durch die Verteilungsannahme, die für den stochastischen Nutzen getroffen wird.

Alle diese Nutzenmaximierungsmodelle sind statische Modelle, die ihre hauptsächlichen Anwendungsbereiche in der Verkehrswege- und -mittelwahl sowie in der Standortwahl von Haushalten und Firmen besitzen (siehe z.B. Anas(6)).

Dejon/Güldner(51) haben (a) gezeigt, wie man den Anwendungsbereich der statischen Alternativenwahlmodelle um eine wichtige Dimension erweitern kann, nämlich die der Preisbildung bei Standortwahl- und Landnutzungsmodellen. Dejon/Güldner(51) integrieren für den Preisbildungsprozeß sowohl die Nachfrager- wie auch die Anbieterseite eines Marktes in die Konzeption eines attraktivi-

tätsgesteuerten dynamischen Alternativenwahlmodells.

Attraktivitätssteuerung ist (b) ein wichtiges Ingrediens einer Dynamisierung der stochastischen Nutzenmaximierungsmodelle, wie sie ebenfalls von Dejon/Güldner(51) aufgezeigt worden ist, die dabei einer von Anas (6; S. 248) aufgestellten Forderung nach eben solchen Modellen entgegenkommen.

Es ist das Ziel dieser Arbeit,

- a) die Leistungsfähigkeit der von Dejon/Güldner(51) beschriebenen Dynamik durch die Erklärung des Ravensteineffektes zu belegen;
- b) die oben erwähnte Ausdehnung des Anwendungsbereiches - selbst statischer - stochastischer Nutzenmaximierungsmodelle zu konsolidieren, indem gezeigt wird, wie das (z.B. von Alonso(19) ausformulierte) Landnutzungsgleichgewicht durch Grenzübergang zu gewinnen ist;
- c) den Anwendungsbereich stochastischer Nutzenmaximierungsmodelle auf den gesamtwirtschaftlichen Produktions- und Konsumprozeß auszudehnen und durch einige computergestützte Simulationsbeispiele zu zeigen, daß die Dynamik der attraktivitätsgesteuerten Alternativenwahlmodelle das Potential besitzt, ökonomische Ungleichgewichtsphänomene zu beschreiben.

Das Kernstück der Dynamik bildet das Wanderungsgesetz:

$$M_{ij} = \underbrace{\frac{V_i b_{ij}}{\sum_r V_r b_{rj}}}_{\tilde{b}_{ij}} \cdot \underbrace{\phi(V_j / \sum_r a_{rj} V_r)}_{M_j} M_j,$$

wobei M_{ij} die Wanderer (pro Zeiteinheit) von j nach i bezeichnet. V_i ist die momentane Attraktivität der Alternative i ; (b_{ij}) und (a_{ij}) sind stochastische Matrizen, $(\tilde{b}_{ij})$ ebenfalls. In der j -ten Spalte von $(\tilde{b}_{ij})$ stehen die Übergangswahrscheinlichkeiten der Abwanderer M_j von der Alternative j . M_j erhält man, indem man den sogenannten intrinsischen (nicht attraktivitätsgesteuerten) Moverpool 0M_j mit dem attraktivitätsabhängigen Faktor ϕ multipli-

ziert. Das Argument $V_j / \sum_r a_{rj} V_r$ ist eine relative Attraktivität der Alternative j: die absolute Attraktivität V_j bezogen auf die mittlere Attraktivität $\sum_r a_{rj} V_r$ (siehe Abschnitt 2.1).

Dieser Typ von Wanderungsgesetz wurde von Dejon/Graef(50) in Zusammenhang mit städtischen Bevölkerungswanderungen eingeführt. Dejon(49) zeigt die Äquivalenz des obigen Wanderungsgesetzes mit dem Vorliegen eines dynamischen Netzwerkgleichgewichtes. Derselbe Sachverhalt wird bei Dejon/Güldner(51) als Analogon des in der theoretischen Mechanik bekannten d'Alembertschen Prinzips herausgestellt. Wenzel(8) liefert eine Darstellung des dynamischen Netzwerkgleichgewichts mit Mitteln der konvexen Analysis und der Theorie der Differentialinklusionen und untersucht Existenz-, Eindeutigkeits- und Stabilitätsfragen.

Im Zusammenhang mit demographischen und demoökonomischen Untersuchungen über das Wanderungsverhalten von Wohnbevölkerung und von Arbeitsplätzen gibt es eine Reihe von Modellen, die nach geeigneter Formulierung als Sonderfälle der dynamischen Alternativenwahlmodelle erkennbar sind. Sie offenbaren dann aber auch ihre Schwächen, was in § 3 für Modelle von Lowry(11), Kadanoff(52), Madden/Moffat(53) u.a. kurz abgehandelt wird. In all diesen Modellen ist die (implizit - nicht explizit - vorhandene) Funktion Φ antiton angesetzt und dadurch nicht geeignet, den Ravensteinschen Effekt zu erklären.

In den zurückliegenden Jahren stark beachtet wurden die Modelle von Weidlich/Haag(2). In Anlehnung an die Vorgehensweise in der Physik (insbesondere der statistischen Mechanik) behandeln sie im Grundlagenteil ihrer Untersuchungen das zeitliche Verhalten der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen über dem Raum aller Systemkonfigurationen, um anschließend erst zu Mittelwertgleichungen überzugehen, die - im Wanderungskontext - die eigentlich interessanten Gleichungen sind. Vergleicht man auf dieser Ebene die Gleichungen von Weidlich/Haag(2) mit unseren, so kann man feststellen:

Soweit Weidlich/Haag(2) Wanderungen zwischen mehr als zwei Zonen behandeln, bleiben ihre Formeln in der allgemeinen Gestalt

$M_{ij} = \tilde{b}_{ij} M_j$, ohne spezifische Strukturaussagen über die M_j oder $\tilde{b}_{ij}$ zu machen. Im Falle zweier Zonen werden die M_j und $\tilde{b}_{ij}$

spezifischer angesetzt, und zwar

$$b_{ij} = a_{ij} = \tilde{b}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i=j \\ 1 & \text{für } i \neq j, \end{cases}$$

$$M_j = {}^0M_j \phi(V_j / \sum_r a_{rj} V_r) \quad \text{mit } \phi(x) = 1/x; \quad {}^0M_j = cP_j, \quad c > 0.$$

Die V_j sind dabei von der jeweiligen Systemkonfiguration abhängige Attraktivitäten der Zonen $j = 1, 2$.

Während Weidlich/Haag(2) und auch wir Bruttowanderungen M_{ij} von Alternativen j zu Alternativen i modellieren, betrachtet Allen(1a,b) keine Wanderungen, sondern nur Änderungen der Wahrscheinlichkeiten P_j , mit denen Individuen sich für Alternativen j aus einer (endlichen) Alternativenmenge entscheiden. Allen(1a,b), dessen Modelle in der Schule von Professor I. Prigogine entwickelt wurden, arbeitet mit logistischen Gleichungen:

$$(*) \quad \dot{P}_j = cP_j(1 - P_j \sum_i A_i / A_j),$$

wobei A_i den Nutzen der Alternative i bezeichnet.

Solchen logistischen Gleichungen ähnliche Gleichungen erhält man, wenn man im dynamischen Alternativenwahlmodell folgende spezielle Annahmen macht:

$$a_{jk} = b_{jk} = P_j, \quad V_j = A_j / P_j, \quad \phi(x) = 1/x, \quad {}^0M_j = cP_j.$$

Es ist dann nämlich $(V_j / \sum_r a_{rj} V_r) = P_j \sum_r A_r / A_j$ und damit

$$(**) \quad \dot{P}_j = cP_j \left(\sum_k P_k \frac{P_k A_j}{A_k P_j} - P_j \sum_i A_i / A_j \right).$$

Beide Gleichungen $(*)$ und $(**)$ besitzen eine stationäre Lösung in $P_j = A_j / \sum_i A_i$. In der Nähe dieser stationären Lösung unterscheidet sich der Term $\sum_k P_k^2 A_j / A_k P_j$ in unserer Gleichung $(**)$ nur wenig vom konstanten Term 1 in Gleichung $(*)$.

Für den Bereich des gesamtwirtschaftlichen Produktions- und Konsumprozesses gibt es eine Reihe von dynamischen Modellen, von denen

wir nur einige erwähnen wollen, um die von uns vorgeschlagene Ausweitung des Anwendungsbereiches dynamischer Alternativenwahlmodelle auf volkswirtschaftliche Prozesse vergleichend einordnen zu können.

Neben mikrodynamischen Modellen, wie sie z.B. von Witt/Perske(58) verwendet werden, um das individuelle Verhalten einzelner Wirtschaftssagenten mit Hilfe von Monte-Carlo-Methoden zu simulieren, gibt es zahlreiche makrodynamische Modelle, die volkswirtschaftliche Zusammenhänge auf stark aggregiertem Niveau beschreiben. Die makrodynamischen Modelle wiederum lassen sich in drei Klassen einteilen, die durch die Stichworte Preisanpassung, Mengenanpassung, simultane Preis-Mengenanpassung charakterisierbar sind. Sie modellieren, wie eine Volkswirtschaft, die sich im Ungleichgewicht befindet, einen Gleichgewichtszustand erreicht.

Unter das Stichwort Preisanpassung fällt z.B. das klassische, schon auf Walras zurückgehende p-Tatonnement (siehe z.B. Ginsburgh/Waelbroeck(3), Luenberger(29)). Smale(36) z.B. untersucht dynamische Anpassungsprozesse, die unter das Stichwort Preis- und Mengenanpassung fallen, während Aubin(35) ein dynamisches Modell vorschlägt, das unter das Stichwort Mengenanpassung einzuordnen ist.

Die in § 5 vorzustellende Anwendung dynamischer Alternativenwahlmodelle auf den gesamtwirtschaftlichen Produktions- und Konsumprozeß ist unter dem Stichwort Preis-Mengenanpassung einzuordnen. Als Unterscheidungsmerkmal unserer Modelle gegenüber den oben zitierten (und sonstigen) ist - in etwas schlagwortartiger Weise - zu nennen, daß sie mesodynamisch sind und somit zwischen den mikro- und den makrodynamischen stehen. Herkömmliche makrodynamische Modelle kann man dahingehend beschreiben, daß sie zur Berechnung der zeitlichen Änderungsraten von Mittelwerten wirtschaftlich relevanter Größen i.a. nur Informationen über solche Mittelwerte verwenden, während mesodynamische Modelle bedeutend mehr Information über die jeweiligen Verteilungen berücksichtigen.

Eine Unterscheidung gegenüber der mikrodynamischen Ebene (vgl. Witt/Perske(58)) liegt darin, daß auf mesodynamischer Ebene das

Verhalten der Einzelindividuen nicht mittels Monte-Carlo-Verfahren simuliert wird, sondern bei der Nutzenmaximierung in einem stochastischen Nutzenanteil berücksichtigt ist, der seinerseits einem deterministischen Nutzenanteil überlagert wird (vgl. Abschnitt 2.4).

Nach diesen einleitenden Bemerkungen skizzieren wir in § 2 der vorliegenden Arbeit zunächst nochmal das dynamische Alternativenwahlmodell nach Dejon/Güldner(51): Zwei wichtige Konstitutivelemente bilden dabei die sogenannten "dynamischen Gleichgewichtsgesetze", die zeitliche Zustandsänderungen beschreiben, sowie das "statische Gleichgewichtsgesetz", das sogenannte statische Gleichgewichtszustände charakterisiert. Diese sind durch die Gleichheit der Attraktivitäten der einzelnen Alternativen gekennzeichnet.

Nach solchen allgemeinen Darlegungen spezifizieren wir in § 3 das dynamische Alternativenwahlmodell im Hinblick auf Bevölkerungswanderungen. Wir resümieren einige der in der Literatur vorhandenen Ansätze und heben insbesondere darauf ab, daß diese die im Wanderungsgesetz verwendete Funktion ϕ alle antiton ansetzen. Dem liegt vermutlich die intuitiv plausible Vorstellung zugrunde, daß der Moverpool einer Zone mit wachsender Attraktivität der Zone kleiner wird.

Wir stellen dem in Abschnitt 3.3 empirische - in der Literatur beschriebene und durch eigene Aussagen wesentlich erweiterte - Ergebnisse gegenüber, die gerade eine isotone Wahl der Funktion ϕ als richtig erscheinen lassen. Eine solche isotone Wahl der Funktion ϕ untersuchen wir in Abschnitt 3.4 (unter gewissen Voraussetzungen) analytisch und in Abschnitt 3.5 (allgemeiner) numerisch.

§ 4 behandelt eine Spezifizierung des allgemeinen dynamischen Alternativenwahlmodells für das Standortwahl- und Landnutzungsproblem. Wir referieren zunächst kurz ein statisches Modell von Alonso(19) und skizzieren dann das bei Dejon/Güldner(51)

vorgestellte dynamische Standortwahl- und Flächennutzungsmodell. Das Hauptinteresse dieses Kapitels konzentriert sich auf den vom Verfasser erbrachten Nachweis, daß stationäre Lösungen des vorgestellten dynamischen Modells - unter geeigneten Voraussetzungen - beliebig nahe an Gleichgewichtsmengen und -preise im Sinne von Alonso(19) herankommen.

Im letzten Kapitel schließlich spezifizieren wir das allgemeine dynamische Alternativenwahlmodell so, daß es als hochaggregiertes

- und sicher sehr vereinfachtes - dynamisches Modell einer Volkswirtschaft angesehen werden kann. Trotz der starken Vereinfachung scheint es aber doch geeignet, eine Reihe empirischer Regelmäßigkeiten gewisser volkswirtschaftlicher Größen zu reproduzieren und insofern zu erklären.

Die angesprochenen empirischen Regelmäßigkeiten zeigen sich zum Beispiel und werden untersucht im Zusammenhang mit:

- a) Preissenkungen der Produzenten bei einem Nachfrageanstieg,
- b) aggressivem und adaptivem Unternehmerverhalten bei einem Nachfragerückgang und
- c) Phillipskurven.

Ich danke Herrn Prof. Dr. B. Dejon für die Überlassung des Themas und die Betreuung dieser Arbeit.

§2. EIN DYNAMISCHES ALTERNATIVENWAHLMODELL

2.1 Beschreibung

Wir resümieren nun kurz die Grundzüge dynamischer Alternativenwahlmodelle nach Dejon/Güldner (51).

Definition 2.1.1 Ein *dynamisches Alternativenwahlmodell* ist ein System S bestehend aus $N \in \mathbb{N}$ Subsystemen S^n , $n = 1, \dots, N$, von denen jedes charakterisiert ist durch:

- (i) $P^n :=$ zu verteilendes Subtotale des Subsystems S^n .
- (ii) $A^n :=$ endliche Alternativenmenge des Subsystems S^n , auf die das Subtotale P^n zu verteilen ist.
- (iii) $P_i^n :=$ Anzahl der Elemente des Subtotalen P^n , die die Alternative $i \in A^n$ gewählt haben, die sogenannte Belegungszahl der Alternative i .

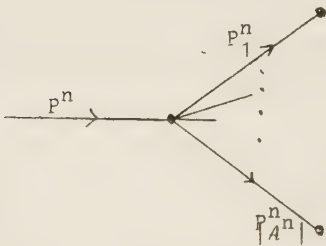


Bild 2.1.1 Systemgraph des Subsystems S^n

- (iv) *Statisches Gleichgewichtsgesetz:*

Für jede Alternative i des n -ten Subsystems wird ein Anteilfaktor A_i^n eingeführt. Das statische Gleichgewichtsgesetz besagt dann, daß im sogenannten statischen Gleichgewicht die Aufteilung des Subtotalen

P^n auf die Alternativen $i \in \{1, \dots, |A^n|\}$ erfolgt gemäß

$$(2.1.1) \quad (A^n/P_i^n) \pi_i^n = c^n (= \text{const.}),$$

wobei $\pi^n > 0$ ein empirischer Parameter ist, der erst im Zusammenhang mit den dynamischen Gleichgewichtsgesetzen relevant wird.

Die zeitliche Änderungsrate $\dot{P}_j^n(t)$ einer Belegungszahl $P_j^n(t)$ setzt sich aus einem *inneren* Anteil $\dot{P}_j^n(t)$ und aus eventuellen *äußeren* Anteilen $q_{P_j^n}^n(t)$, $q=1, \dots, Q^n \geq 0$ zusammen, so daß man *Binnen- und Außenprozesse* unterscheidet:

$$(2.1.2) \quad \dot{P}_j^n(t) = \dot{P}_j^n(t) + \sum_{q=1}^{Q^n} q_{P_j^n}^n(t).$$

(v) *Dynamische Gleichgewichtsgesetze für Binnenprozesse:*

$$(2.1.3) \quad \dot{P}_j^n = \sum_{k \in A^n} \frac{b_{jk}^n v_j^n}{\bar{v}_k^n} M_k^n - M_j^n$$

$$(2.1.4) \quad v_j^n = (A^n/P_j^n) \pi^n$$

$$(2.1.5) \quad M_j^n = \phi_j^n(v_j^n/\tilde{v}_j^n)$$

$$(2.1.6) \quad \bar{v}_j^n = \sum_{r \in A^n} b_{rj}^n v_r^n$$

$$(2.1.7) \quad \tilde{v}_j^n = \sum_{r \in A^n} a_{rj}^n v_r^n,$$

wobei $(a_{rj}^n) =: A^n$ und $(b_{rj}^n) =: B^n$ stochastische Matrizen, $\phi_j^n: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ stetige, reelle Funktionen mit $\phi_j^n(1) = 1$, und $\phi_j^n \in \mathbb{R}_+$ sind. ($r, j \in \{1, \dots, |A^n|\}$). Die A^n , B^n und ϕ_j^n können dabei zustandsabhängig sein. Die v_j^n heißen *Attraktivitäten* der Alternativen $j \in A^n$.

(vi) Aufteilungsregeln für Außenprozesse:

$$(2.1.8) \quad \dot{q}_{P_j}^{n-} = \dot{q}_{P_j}^{n+} - \dot{q}_{P_j}^{n-}$$

$$(2.1.9) \quad \dot{q}_{P_j}^{n+} = q_{S_j}^{n+} \cdot \dot{q}_{P_j}^{n+},$$

$$\text{mit } q_{S_j}^{n+} \geq 0, \quad \sum_{i \in A^n} q_{S_i}^{n+} = \sum_{i \in A^n} q_{S_i}^{n-} = 1$$

$$j \in \{1, \dots, |A|\}, \quad q=1, \dots, Q^n.$$

Im konkreten Einzelfall wird anzugeben sein, wie man die $\dot{q}_{P_j}^{n+}$ erhält (siehe z.B. das Flächennutzungs- und Standortwahlmodell in §4).

Bemerkungen 2.1.1 a) Die Aufspaltung $\dot{q}_{P_j}^{n-} = \dot{q}_{P_j}^{n+} - \dot{q}_{P_j}^{n-}$ bietet die Möglichkeit, Zuwanderungen $\dot{q}_{P_j}^{n+}$ und Abwanderungen $\dot{q}_{P_j}^{n-}$ gesondert zu behandeln.

b) Offensichtlich gilt

$$(2.1.10) \quad \sum_{j \in A^n} \dot{q}_{P_j}^{n-} = \dot{q}_{P_j}^{n-} = 0.$$

c) Die Koeffizienten $\dot{q}_{P_j}^{n+}$ für die Aufteilung der $\dot{q}_{P_j}^{n-}$ sind im jeweiligen Anwendungsfall gesondert zu modellieren oder empirisch zu bestimmen.

Bezeichnung 2.1.1 Ein Subsystem ohne Außenprozesse heiße *geschlossenes Subsystem*.

Bezeichnung 2.1.2 Die Gesamtheit der Belegungszahlen des Systems S zu einem festen Zeitpunkt t bildet den *Systemzustand* $\underline{P}(t) := (P_j^n(t))_{j \in A^n, n=1, \dots, N}$ zur Zeit t.

2.2 Interpretation und erste Eigenschaften

Die in (2.1.5) definierte Größe M_j^n bezeichnen wir in Anlehnung an die bei Bevölkerungswanderungsmodellen gebräuchliche Bezeichnung als Moverpool. Er steht für den Anteil von P_j^n , der pro Zeiteinheit die Alternative j verläßt, aber - im Gegensatz zu q_j^{n-} - nicht das Subsystem S^n .

Der Moverpool M_j^n besteht aus einem intrinsischen Moverpool ${}^0M_j^n$, der - in Abhängigkeit von der relativen Attraktivität $V_j^n/\bar{V}_j^n$ - mittels des Faktors $\phi_j^n(V_j^n/\bar{V}_j^n)$ modifiziert wird (siehe (2.1.5)). Aufgrund der Normierung $\phi_j^n(1)=1$ ergibt sich, daß ${}^0M_j^n$ der Moverpool ist, der sich im statischen Gleichgewicht einstellt (wenn also - je Subsystem - alle Attraktivitäten V_j^n gleich sind).

Ähnlich wie beim Moverpool werden die intrinsischen (bedingten) Wahrscheinlichkeiten b_{jk} des Übergangs von Alternative k zu Alternative j durch die Attraktivitäten modifiziert, und zwar multiplikativ, so daß die $b_{jk} V_j^n/\bar{V}_k^n$ die effektiven Übergangswahrscheinlichkeiten der Abwanderer M_j bilden.

Die Modellierung der Binnenprozesse von S^n zerfällt also in zwei Phasen: (a) in die Modellierung des Moverpools und (b) in die Verteilung des Moverpools auf die einzelnen Alternativen. (2.1.3) stellt dabei lediglich eine Bilanzgleichung dar.

Die Außenprozesse von S^n können vielfältiger Art sein. Man betrachte etwa eine Änderung des Subtotalen $P^n(t)$, die aus einem Austauschprozeß mit einem anderen Subsystem S^m , $m \neq n$, resultiert. Als äußere Änderung wäre aber auch - etwa im Bereich der Demographie - die Änderung des Subtotalen $P^n(t)$ durch Geburts- oder Sterbeprozesse zu verstehen.

Solche Systemzustände, bei denen je Subsystem alle Alternativen gleiche Attraktivitäten besitzen, spielen in späteren Untersuchungen eine wichtige Rolle und sollen deshalb im folgenden näher betrachtet werden.

Definition 2.2.1 Das System S heißt *stark passiv*, falls gilt: a) Jedes Subsystem S^n befindet sich im statischen Gleichgewicht

genau dann, wenn

b) jedes Subsystem sich in einem stationären Zustand befindet, d.h. wenn

$$\dot{p}_j^n = 0 \quad \text{für alle } j=1, \dots, |A^n|, \quad n=1, \dots, N.$$

S heißt *passiv*, wenn lediglich a) $\Rightarrow$ b) gilt.

Definition 2.2.2 Wir nennen die Lösungen $v_j^*(\overset{o}{M}, B, A^n)$ der Gleichungen

$$(2.2.1) \quad \dot{p}_j^n \equiv 0, \quad j \in A.$$

demobilisierende Attraktivitäten.

Bemerkung 2.2.1 Falls das System S nicht passiv ist und nirgends verschwindende demobilisierende Attraktivitäten für beliebige $\overset{o}{M}$, B^n und A^n existieren, läßt es sich auf passive Gestalt transformieren, d.h. (der Index n wird im folgenden weggelassen):

Für jedes Subsystem existieren $\hat{\phi}_k$, $\hat{\overset{o}{M}}_k$, $\hat{A}$ und $\hat{B}$ derart, daß jede Lösung von (2.1.3) auch Lösung von

$$(2.2.2) \quad \dot{p}_j = \sum_{k \in A} \frac{\hat{b}_{jk} \hat{v}_j}{\sum_{r \in A} \hat{b}_{rk} \hat{v}_r} \hat{\overset{o}{M}}_k \hat{\phi}_k \left(\frac{\hat{v}_k}{\sum_{l \in A} \hat{a}_{lk} \hat{v}_l} \right) - \hat{\overset{o}{M}}_j \hat{\phi}_j \left(\frac{\hat{v}_j}{\sum_{l \in A} \hat{a}_{lj} \hat{v}_l} \right)$$

ist, das sich als passiv erweist.

Begründung:

Wir substituieren v_j durch $\hat{v}_j v_j^*$ und erhalten dann aus (2.1.3):

$$\dot{p}_j = \sum_{k \in A} \frac{b_{jk} v_j^* \hat{v}_j}{\sum_{r \in A} b_{rk} v_r^* \hat{v}_r} \overset{o}{M}_k \phi_k \left(\frac{v_k^* \hat{v}_k}{\sum_{r \in A} a_{rk} v_r^* \hat{v}_r} \right) - \overset{o}{M}_j \phi_j \left(\frac{v_j^* \hat{v}_j}{\sum_{r \in A} a_{rj} v_r^* \hat{v}_r} \right) =$$

$$\sum_{k \in A} \frac{b_{jk} V_j^* \hat{V}_j}{\sum_{r \in A} b_{rk} V_r^* \hat{V}_r} \cdot {}^o M_k \phi_k \left(\frac{V_k^* \hat{V}_k / \sum_{r \in A} a_{rk} V_r^*}{\sum_{r \in A} a_{rk} V_r^* \hat{V}_r / \sum_{l \in A} a_{lk} V_l^*} \right) -$$

$${}^o M_j \phi_j \left(\frac{V_j^* \hat{V}_j / \sum_{r \in A} a_{rj} V_r^*}{\sum_{r \in A} a_{rj} V_r^* \hat{V}_r / \sum_{l \in A} a_{lj} V_l^*} \right).$$

Mit

$$(2.2.3) \quad \hat{\phi}_k(x) := \phi_k(x V_k^* / \sum_r a_{rk} V_r^*) / \phi_k(V_k^* / \sum_r a_{rk} V_r^*)$$

$$(2.2.4) \quad \hat{a}_{rk} := a_{rk} V_r^* / \sum_{l \in A} a_{lk} V_l^*,$$

$$(2.2.5) \quad {}^o \hat{M}_k := {}^o M_k \phi_k(V_k^* / \sum_{r \in A} a_{rk} V_r^*) \text{ und}$$

$$(2.2.6) \quad \hat{b}_{jk} := b_{jk} V_j^* / \sum_{r \in A} b_{rj} V_r^*, \quad r, j, k = 1, \dots, |A|,$$

folgt die Behauptung.

Bemerkung 2.2.2 Die Attraktivitäten, die in einem stationären Zustand vorliegen, sind demobilisierende Attraktivitäten.

Um dem Inhalt des Begriffes "Attraktivität" gerecht zu werden, wollen wir im folgenden nur (o.B.d.A.) passive dynamische Alternativenwahlmodelle betrachten, die im Sinne folgender Definition natürlich gerichtet und damit auch stark passiv sind.

Definition 2.2.3 Das System S aus Abschnitt 2.1 heißt von oben natürlich gerichtet, falls gilt:

$$(2.2.7) \quad V_j = \max_k V_k > \min_k V_k \implies {}^o \hat{P}_j > 0.$$

Es heißt *von unten natürlich gerichtet*, falls

$$(2.2.8) \quad V_j = \min_k V_k < \max_k V_k \implies \dot{\sigma}_j^P < 0.$$

Es heißt *natürlich gerichtet*, falls sowohl (2.2.7) als auch (2.2.8) gelten.

Natürliche Ausrichtung des Systems S hat also zur Folge, daß die Belegungszahlen der attraktivsten Alternativen zunehmen und gleichzeitig die Belegungszahlen der am wenigsten attraktiven Alternativen abnehmen, solange das System sich nicht in einem statischen Gleichgewicht befindet.

Für eine Teilklasse der dynamischen Alternativenwahlmodelle läßt sich leicht eine Bedingung angeben, unter der natürliche Ausrichtung vorliegt.

Die Teilklasse ist charakterisiert durch

a) $\phi_j(x) = x^\tau$, $\tau \in \mathbb{R}$

b) $b_{jk} = a_{jk} = b_j$ für alle $j, k \in A$.

Satz 2.2.1 Das System S ist (unter a) und b)) genau dann natürlich gerichtet, wenn $\tau < 1$.

Beweis: Aufgrund der Passivität des Systems S erhält man

$$b_{jk} = b_j = \frac{\sigma_j^{\circ} M_j}{\sum_r \sigma_r^{\circ} M_r} \quad \text{für alle } j \text{ und } k, \text{ und daher}$$

gilt:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_j^P &= \sum_k b_j V_j \sigma_k^{\circ} M_k (V_k/\bar{V})^\tau / \bar{V} - \sigma_j^{\circ} M_j (V_j/\bar{V})^\tau = \\ &= \bar{V}^{-1-\tau} b_j V_j^{1+\tau} \left(\sum_k \sigma_k^{\circ} M_k (V_k/V_j)^\tau - \sum_k \sigma_k^{\circ} M_k V_k/V_j \right) \end{aligned}$$

In einer Situation, in der für alle $k \in A$ $V_k/V_j \leq 1$ ist, ohne daß für alle k Gleichheit vorläge, ist der vorangehende geklammerte Ausdruck für $\tau < 1$ positiv und für $\tau > 1$ negativ. Das entsprechende gilt für $V_k/V_j \geq 1$.

q.e.d.

2.3 Dynamische Gleichgewichtsgesetze als Lösung des Gleichgewichtsproblems in einem Netzwerk

Wir betrachten ein geschlossenes Subsystem S^n eines Systems S . (Der Index n wird im folgenden, weggelassen.)

Die $\dot{p}_j$, M_j und M_{jk} bilden im Graphen aus Bild 2.3.1 einen Strom, denn

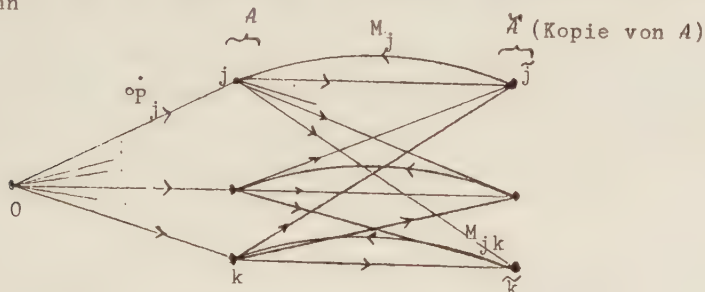


Bild 2.3.1 Graph G

$$(2.3.1) \quad \sum_{j \in A} \dot{p}_j = 0 \quad (\text{Knoten } 0),$$

$$(2.3.2) \quad \dot{p}_j = \sum_{k \in A} M_{jk} - M_j \quad (\text{Knoten } j \in A),$$

$$(2.3.3) \quad M_j = \sum_{r \in A} M_{rj} \quad (\text{Knoten } \tilde{j} \in \tilde{A}).$$

Sie liefern darüber hinaus einen Gleichgewichtsstrom, wenn sie einem Gleichungssystem folgender Art genügen:

$$(2.3.4) \quad -v_j = h_j(p_j)$$

$$(2.3.5) \quad v_j - w_k = g_{jk}(M_{jk})$$

$$(2.3.6) \quad w_j - v_j = f_j(M_j / \dot{p}_j).$$

Dabei sind die v_j, w_j sogenannte Knotenpotentiale, und die Funktionen h_j, f_j und g_{jk} sog. Kennlinien, und zwar der Bögen $(0, j)$, $(\tilde{j}, j)$ bzw. $(j, \tilde{k})$.

Wir zeigen im folgenden Satz, daß (2.3.4-6) erfüllbar sind, wenn man für die Kennlinien ansetzt:

$$(2.3.7) \quad h_j(\dot{P}_j) \equiv -\ln V_j \quad (\text{unabhängig von } \dot{P}_j),$$

$$(2.3.8) \quad g_{jk}(M_{jk}) := \ln(M_{jk} \bar{V}_k / b_{jk} {}^0M_k \tilde{V}_k),$$

$$(2.3.9) \quad f_j(M_j / {}^0M_j) := -\ln(M_j / {}^0M_j) \phi_j^{-1}(M_j / {}^0M_j).$$

Satz 2.3.1 Die Bogenbelegungen $\dot{P}_j$, $M_j := {}^0M_j \phi_j(V_j / \tilde{V}_j)$,
 $M_{jk} := V_j b_{jk} M_k / \bar{V}_k$ bilden einen Gleichgewichtsstrom im Netzwerk bestehend aus dem Graphen G und den Kennlinien (2.3.7-9).

Beweis: Es ist die Existenz von Knotenpotentialen v_j , w_j nachzuweisen. Dazu betrachten wir:

$$\begin{aligned} g_{jk}(M_{jk}) &= \ln(V_j b_{jk} M_k \bar{V}_k / \tilde{V}_k b_{jk} {}^0M_k \bar{V}_k) \\ &= \ln V_j - \ln(\tilde{V}_k {}^0M_k / M_k) \\ &=: v_j - w_k. \end{aligned}$$

Es bleibt zu zeigen: (§) $f_j(M_j / {}^0M_j) = w_j - v_j$.

Es gilt aber $w_j - v_j = \ln(\tilde{V}_j {}^0M_j / M_j) - \ln V_j$

und daher auch $\exp(-(w_j - v_j)) = V_j M_j / \tilde{V}_j {}^0M_j$.

Der letzte Ausdruck ist nach Gleichung (2.1.5) gleich $(M_j / {}^0M_j) \phi_j^{-1}(M_j / {}^0M_j)$, woraus mit (2.3.9) sofort (§) folgt.

q.e.d.

Zur Unterscheidung von dem in Abschnitt 2.1 eingeführten statischen Gleichgewicht sprechen wir bei dem Gleichgewicht aus Satz 2.3.1 von einem *dynamischen Gleichgewicht*.

Wenzel(8) benutzt Hilfsmittel der abstrakten Netzwerktheorie, um Aussagen über Existenz- und Stabilität stationärer Systemzustände des System S zu machen.

Die Darstellung der dynamischen Gleichgewichtsgesetze als Netzwerkgleichgewichte erlaubt es, die Modellklasse in einer Art zu erweitern, wie es ohne netzwerktheoretischen Hintergrund schwierig wäre.

Im Hinblick auf eine solche Modellerweiterung weist Dejon(49) zum Beispiel darauf hin, daß man die Kennlinien auf den Bögen $(0, j)$ vom Strom $\dot{\phi}_j$ abhängig machen kann:

$$(2.3.10) \quad h_j(\dot{\phi}_j) := -\ln V_j + \tilde{h}_j(\dot{\phi}_j),$$

wobei $\tilde{h}_j$ z.B. von der in Bild 2.3.2 gezeigten Gestalt sein kann. Näheres dazu bei Dejon(7).

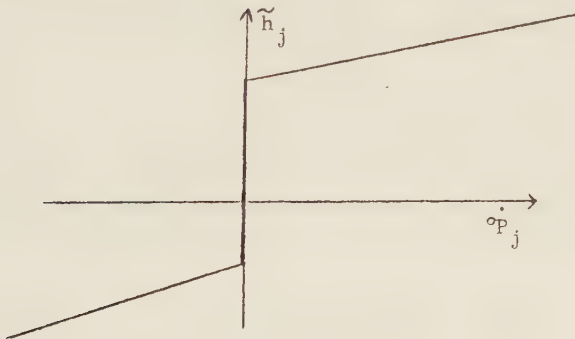


Bild 2.3.2 Mengenwertige Kennlinie $\tilde{h}_j$

2.4 Attraktivitätsgesetze: Beziehung zu stochastischen Alternativenwahlmodellen

In (2.1.4) wurden die Attraktivitäten V_j^n als Funktionen der A_j^n ausgedrückt. Wir haben noch nicht näher spezifiziert, wie die A_j^n vom Systemzustand abhängen könnten.

In den Kapiteln 3 bis 5, wo wir Anwendungsbeispiele für das allgemeine dynamische Alternativenwahlmodell vorstellen, gewinnen wir diese Anteilfaktoren stets anhand stochastischer Alternativenwahlmodelle (allerdings statischer Natur), wie sie von Theil(16) und McFadden(38) entwickelt wurden; (siehe auch Daganzo(14) und Anas(6)). Zunächst ein kurzes Resümee (statischer) stochastischer Alternativenwahlmodelle:

Jeder Alternative j der Alternativenmenge A^n des Subsystems S^n sei ein Gesamtwert oder Gesamtnutzen zugeordnet, der sich aus einem "deterministischen" (meßbaren) Anteil u_j und einem "stochastischen", etwa durch subjektive Überlegungen des Auswählenden bestimmten Anteil ϵ_j zusammensetzt.

$$(2.4.1) \quad n_j = u_j + \epsilon_j.$$

Unter der Annahme, daß jeder Agent die Alternative wählt, die den von ihm wahrgenommenen Nutzen maximiert, bezeichne π_j die Wahrscheinlichkeit, daß ein Agent sich für Alternative j entscheidet. Dann ist

$$(2.4.2) \quad \pi_j = \mu(n_j > n_i; i \in A \setminus \{j\})$$

oder äquivalenterweise

$$(2.4.3) \quad \pi_j = \mu(\epsilon_j > \epsilon_i + u_i - u_j; i \in A \setminus \{j\}) \quad ,$$

wenn μ die dem stochastischen Geschehen zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnet.

Im sog. multinomialen Logit-Modell (siehe McFadden(38)) unterstellt man, daß die Zufallsvariablen ε_j unabhängig und identisch verteilt sind, und zwar Gumbel - verteilt. Das heißt:

$$(2.4.4) \quad \mu(\varepsilon_k < x) = \exp(-\exp(-ax)).$$

Für $a = (\sigma^2/6\pi^2)^{1/2}$ ist die Varianz der Gumbel-Verteilung gleich σ^2 ; der Erwartungswert spielt für die Berechnung von π_j keine Rolle, da man π_j bei einer Verschiebung der Zufallsvariablen ε_j um eine von j unabhängige Konstante nicht ändert.

Mit den bisher getroffenen Voraussetzungen gilt:

$$\begin{aligned} \pi_j &= \mu(\varepsilon_j > u_i - u_j + \varepsilon_i \text{ für alle } i \in A \setminus \{j\}) \\ &= \prod_{i \neq j} \mu(\varepsilon_i < u_j - u_i + \varepsilon_j). \end{aligned}$$

Für festes $\varepsilon_j =: w$ folgt aus Gleichung (2.4.4):

$$\prod_{i \neq j} \mu(\varepsilon_i < u_j - u_i + w) = \prod_{i \neq j} \exp(-\exp(-(u_j - u_i + w)a)) =$$

$$\exp(-\sum_{i \neq j} \exp(au_i + (-w - u_j)a)) = \exp(-\exp(-au_j - aw) \sum_{i \neq j} \exp(au_i)).$$

Mit der Dichte

$$(2.4.5) \quad d(x) = a \exp(-ax) \exp(-\exp(-ax))$$

der Gumbel - Verteilung folgt somit für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} \pi_j &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v} e^{-e^{-v}} e^{-e^{-(v - au_j)}} \prod_{i \neq j} e^{au_i} dv \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v} e^{-e^{-v}} (1 + e^{-au_j}) \prod_{i \neq j} e^{au_i} dv \\ &= (1 + e^{-au_j} \sum_{i \neq j} e^{au_i})^{-1} \cdot e^{-v} (1 + e^{-au_j} \sum_{i \neq j} e^{au_i}) \Big|_{-\infty}^{\infty} \\ &= (1 + e^{-au_j} \sum_{i \neq j} e^{au_i})^{-1} = e^{au_j} / \sum_{i \in A} e^{au_i}. \end{aligned}$$

Unter der oben formulierten Nutzenmaximierungsannahme ist daher der (bis auf eine multiplikative Konstante bestimmte) Anteilfaktor

$$(2.4.6) \quad A_i := \exp(au_i) .$$

Mit diesem Ansatz für den Anteilfaktor kann man also resümieren: Das statische Gleichgewichtsgesetz besagt, daß im statischen Gleichgewicht die Belegungszahlen P_i^n bis auf den Faktor P^n genau gleich den Wahrscheinlichkeiten sind, mit denen beim Logit-Modell die Alternativen i ausgewählt werden.

Die im Logit-Modell verwendete Gumbel-Verteilung mutet vielleicht willkürlich an, führt aber eben zu einfach berechenbaren Wahrscheinlichkeiten. Das vor allem von Daganzo(14) untersuchte Probit-Modell, das anstatt der Gumbel-Verteilung die Normalverteilung verwendet, läßt keine analytische Lösung für die π_j zu und erfordert aufwendige numerische Rechnungen.

§ 3. ANWENDUNGSGEBIET I DES DYNAMISCHEN ALTERNATIVEN- WAHLMODELLS: RÄUMLICHE WANDERUNGEN VON HALTENS- HOMOGENEN GRUPPEN

3.1 Allgemeines

Ein großer Teil der vorhandenen Literatur zur Modellierung des räumlichen Wanderungsverhaltens verhaltenshomogener Gruppen (z.B. von Wohn- oder Arbeitsplätzen) verwendet Ansätze, die Sonderfälle des folgenden allgemeinen multiplikativen Typs sind:

$$(3.1.1) \quad M_{ij} = V_i W_j b_{ij} ,$$

wobei V_i und W_j "Pull"- bzw. "Push"-Faktoren der jeweiligen Zonen i, j bezeichnen, b_{ij} eine Übergangswahrscheinlichkeit ist und M_{ij} die Anzahl der Personen, die pro Zeiteinheit von j nach i wandern. Lowry(11), z.B. schlägt vor:

$$(3.1.2) \quad M_{ij} = k \frac{U_i}{U_i} \frac{W_j}{W_j} L_i L_j b_{ij}$$

mit U_i := Arbeitslosenquote in Zone i

W_i := Lohnrate in Zone i

L_i := Zahl der Arbeitskräfte in Zone i

k := eine Konstante.

Kadanoffs(52) Modell, das im wesentlichen auf Forrester(13) beruht, ist ebenfalls vom multiplikativen Typ:

$$(3.1.3) \quad M_{ij} = k \frac{P_j U_i X_i}{X_j}$$

mit P_j := Bevölkerung in Zone j

U_i := Anzahl der ungelernten Arbeiter in Zone i

X_j := Attraktivität der Zone j

k := eine Konstante.

Madden/Moffat(53) machen folgenden Ansatz:

$$(3.1.4) \quad M_{ij} = k P_i^\alpha P_j^\beta U_i^\gamma U_j^\delta d_{ij}^\sigma$$

mit P_i := Anzahl der Personen in Zone i

U_i := Anzahl der Arbeitslosen in i

d_{ij} := Entfernung zwischen den Zonen i und j ,

und empirischen Parametern $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma \in \mathbb{R}$,

während Cordey-Hayes/Gleave(9) eine Formulierung von Feeney(10):

$$(3.1.5) \quad M_{ij} = O_j P_j \frac{P_i}{\sum_{k \neq i} P_k}$$

(mit O_j := "Auswanderungsneigung" in Zone j)
übernehmen.

Die Anzahl der Wanderungen von Zone j nach Zone i als Anteil der Anzahl M_j aller die Zone j pro Zeiteinheit verlassenden Personen erhält man als Resultat einer einfachen Umformung von (3.1.1):

$$M_j := \sum_i M_{ij} = \sum_i V_i W_j b_{ij} \Rightarrow W_j = M_j / \sum_k V_k b_{kj} \Rightarrow$$

$$(3.1.6) \quad M_{ij} = \frac{b_{ij} V_i}{\sum_k b_{kj} V_k} M_j.$$

Daraus erhält man als Bilanzgleichung für die Veränderung der Bestände P_j der Zone j :

$$(3.1.7) \quad \dot{P}_j = \sum_k \frac{b_{jk} V_j}{\sum_r b_{rk} V_r} M_k - M_j.$$

Mit dem von Dejon/Graef(50) vorgeschlagenen Ansatz für den

Moverpool

$$(3.1.8) \quad M_j = {}^0M_j \phi_j (V_j / \sum_k a_{kj} V_k) =: {}^0M_j \phi_j (V_j / \tilde{V}_j)$$

bildet (3.1.7) ein dynamisches Alternativenwahlmodell ohne Außenprozesse (vergl. dazu Abschnitt 2.1). V_j bezeichnet dabei die Attraktivität der Alternative (=Zone) j .

Dynamische Wanderungsmodelle von multiplikativen Typ fügen sich also in den Rahmen der dynamischen Alternativenwahlmodelle ein.

Wir führen an dieser Stelle für die Einwanderer in eine Zone j pro Zeiteinheit das Symbol Σ_j ein:

$$(3.1.9) \quad \Sigma_j := \sum_k b_{jk} V_j M_k / (\sum_r b_{rk} V_r).$$

Es wird vor allem in Abschnitt 3.4 Verwendung finden.

3.2 Modellierung des Moverpools

Nahezu alle Autoren, die Wanderungsmodelle vom multiplikativen Typ beschreiben, nehmen an, daß die Funktionen ϕ_j antiton in Bezug auf die relative Attraktivität $V_j/\tilde{V}_j$ einer Zone j sind. Das Modell (3.1.2) von Lowry(11) führt, benutzt man als Maß für die Attraktivität den Quotienten $V_j := W_j L_j / U_j$ aus Lohn-einkommen und Arbeitslosenquote, zu

$$(3.2.1) \quad M_j = k L_j^2 \frac{\sum_l b_{lj} V_l}{V_j}.$$

M_j besteht also aus dem intrinsischen Moverpool ${}^0M_j := k L_j^2$, der durch $\phi_j(V_j/\tilde{V}_j) := (V_j/\tilde{V}_j)^{-1} = \sum_l b_{lj} V_l / V_j$ modifiziert wird.

Forrester(13., S. 32) behauptete 1969:

"...the departure rate...is affected inversely to the arrival rate; that is conditions that increase the arrival rate reduce the departure rate."

Auch Kadanoffs(52) Modell (3.1.3) führt bei wachsender Attraktivität X_j zu einer Verkleinerung von M_j .

Solch einem intuitiv naheliegenden Ansatz widersprach in gewissem Sinn schon am Ende des letzten Jahrhunderts Ravenstein(54), als er eines seiner Wanderungsgesetze so formulierte:

"Each main current of migration produces a compensating counter-current".

Es wird im übernächsten Abschnitt durch numerische und analytische Untersuchungen am dynamischen Wanderungsmodell (3.1.7) gezeigt werden, daß eine isotone Wahl der Funktionen ϕ_j geeignet ist, diesem Ravensteinschen Gesetz Rechnung zu tragen.

Zunächst jedoch noch einige empirische Ergebnisse.

3.3 Empirische Ergebnisse über den Zusammenhang zwischen Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf der Bevölkerung

1969 formulierten Lansing/Mueller(12) als ein Ergebnis ihrer detaillierten Untersuchungen über das Wanderungsverhalten von Arbeitskräften in den USA:

"There is no evidence in the data set, that high unemployment is associated with larger outmigration than is low unemployment."

Schon ein Jahr früher hatte Lowry(11) bei der Kalibrierung ihres Modells bei einigen Parametern negative Vorzeichen erhalten, was schwerlich einen isotonen Zusammenhang zwischen Mobilität der Bevölkerung und Attraktivität der Zone - im dynamischen Wanderungsmodell durch antitones ϕ ausgedrückt - belegte. Sie qualifizierte ihr Ergebnis jedoch als nicht signifikant.

1977 veröffentlichten Cordey-Hayes/Gleave(9) eine Untersuchung über den Zusammenhang zwischen Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf in England und Wales. Es wurden Daten auf verschiedenen regionalen Ebenen ausgewertet ("county scale; city region scale; planning region scale"). Das Ergebnis war dies:

Wirtschaftlich starke, an Bevölkerungszahl zunehmende Regionen zeigten hohe Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf, allerdings mit positivem Einwanderungssaldo, während bei schrumpfenden Regionen die Wanderungsraten niedrig waren, aber mit negativem Saldo. Es wurden die Wanderungsraten zu einem festen Zeitpunkt miteinander verglichen und eine starke

(R) *"adumliche" positive Korrelation zwischen Ein- und Auswanderungsrate pro Kopf*

festgestellt.

Eine den Ergebnissen von Cordey-Hayes/Gleave(9) entsprechende Situation ist in Bild 3.3.1 dargestellt.

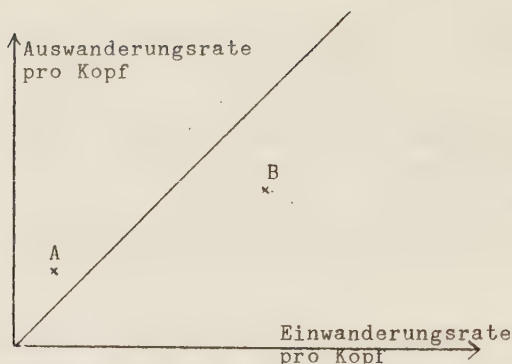


Bild 3.3.1 Mobilitätsebene, Korrelationstyp (R)

Zu einem festen Zeitpunkt weist Region A niedrige Ein- und Auswanderungsraten und einen abnehmenden Bevölkerungsbestand auf, während die Situation für Region B genau umgekehrt ist.

Betrachtet man das Verhalten der Wanderungsraten einer Region in der Zeit, so erhält man eine durch die Zeit parametrisierte Kurve in der Mobilitätsebene.

Bild 3.3.2 zeigt solche Kurven basierend auf Wanderungsdaten von 1969 bis 1979 für die Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland einschließlich Westberlin.*)

Die Kurven verlaufen alle in einem relativ schmalen Schlauch längs der 45°-Linie. Darüberhinaus gilt:

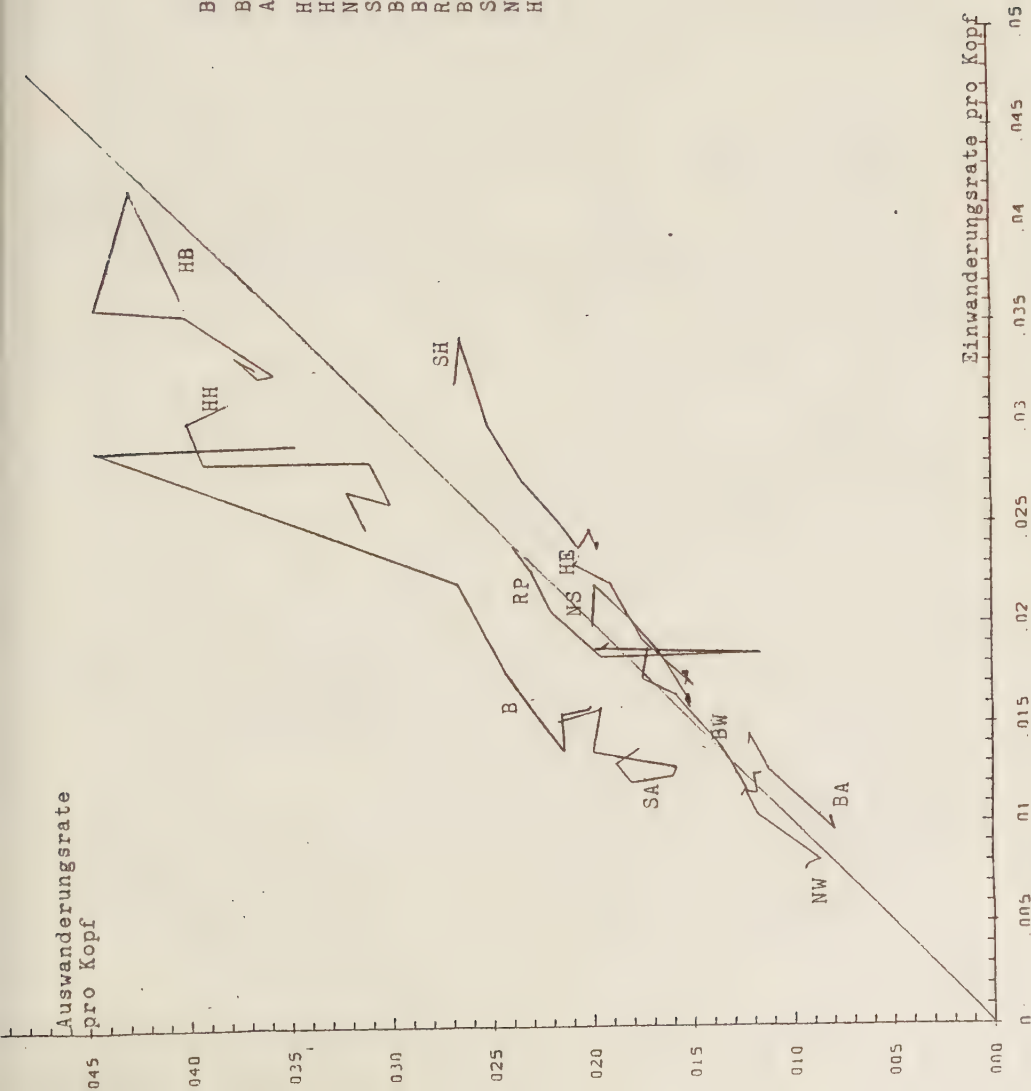
*) Quelle: Bevölkerung und Erwerbstätigkeit, Fachserie 1, Reihe 2.3, Wanderungen, 1975-1979.
Bevölkerung und Kultur, Fachserie A, Reihe 3, Wanderungen, 1969-1974
Statistisches Bundesamt, Wiesbaden

Bild 3.3.2 Mobilitätsebene;

Bundesländer der BRD

Abkürzungen:

HB: Bremen
 HH: Hamburg
 NS: Niedersachsen
 SH: Schleswig-Holstein
 BA: Bayern
 B: Berlin
 RP: Rheinland-Pfalz
 BW: Baden-Württemberg
 SA: Saarland
 NW: Nordrhein-Westfalen
 HE: Hessen



Jede Kurve für sich weist eine

(Z) "zeitliche" positive Korrelation zwischen Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf

auf. Bilder 3.3.3-5 lassen denselben Typ von Korrelation auf städtischer Ebene erkennen. Als Beispiel diene hier die Stadt Erlangen, deren entsprechende Wanderungsraten für die Gesamteinwohnerschaft, für die Erwerbstätigen und die Personen über 65 Jahren in den Bildern 3.3.3-5 dargestellt sind. *)

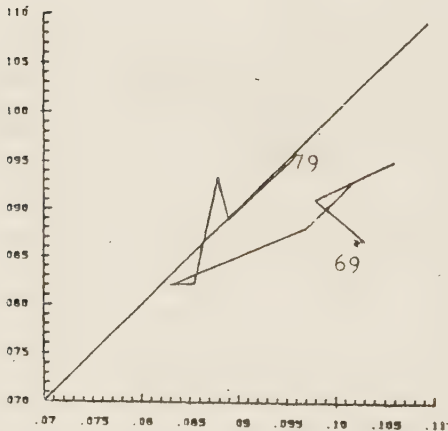


Bild 3.3.3 Mobilitätsebene,
Gesamteinwohnerschaft der
Stadt Erlangen 1969 - 1979

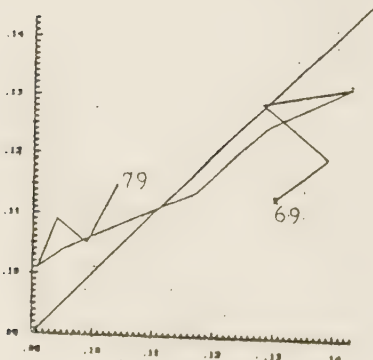


Bild 3.3.4 Mobilitätsebene,
Erwerbstätige der Stadt
Erlangen 1969 - 1979

*) Quelle: Stadt Erlangen,
Amt für Statistik,
Aktenzeichen No.
VII/802 T 563

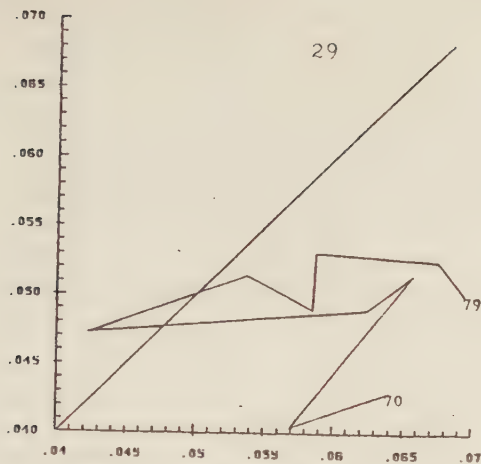


Bild 3.3.5 Mobilitätsebene,
Einwohner der Stadt Erlangen, 65 Jahre alt

Die Situation aus Bild 3.3.1 - attraktive Regionen haben hohe Wanderungsraten, während gleichzeitig weniger attraktive niedrigere Raten aufweisen - trifft in Bild 3.3.2 nicht zu. Stadtstaaten wie Hamburg, Bremen oder Berlin und das Bundesland Saarland zeigen einen steten Bevölkerungsverlust, weisen aber höhere Wanderungsraten auf als die an Bevölkerung zunehmenden Staaten Bayern, Schleswig-Holstein und Hessen.

Eine These dieser Arbeit ist:

Korrelation vom Typ (Z) ist das grundlegendere Phänomen, insofern Typ (R) praktisch nur vorkommt, wenn Typ (Z) (mit Gültigkeit für jede beobachtete Region) vorliegt, und das auch nur, wenn die später noch zu erörternde Zusatzforderung annähernd gleicher intrinsischer Mobilitäten der Bevölkerungen der verschiedenen Regionen erfüllt ist.

Korrelation vom Typ (Z) kann vorliegen, ohne daß Korrelation vom Typ (R) vorläge (siehe Bilder 3.3.2, 3.3.6).

Liegt keine Korrelation vom Typ (Z) vor, so ist auch Korrelation vom Typ (R) sehr unwahrscheinlich, wie aus dem Beispiel von Bild 3.3.7 hervorgeht.

Wenn also Cordey-Hayes/Gleave und andere Korrelation vom Typ (R) beobachtet haben, so liegt das fast sicher daran, daß auch Korrelation vom Typ (Z) vorliegt.

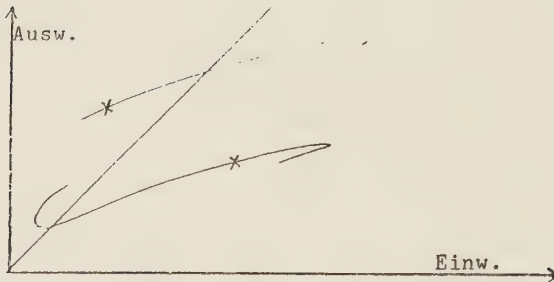


Bild 3.3.6 Korrelation Typ (Z), jedoch nicht Typ (R)
(markiert sind zwei zum selben Zeitpunkt
erfolgte Beobachtungen)

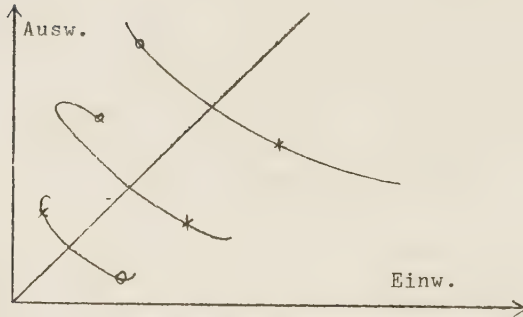


Bild 3.3.7 Keine Korrelation vom Typ (Z), dennoch
(zufällige) Korrelation vom Typ (R) bei
den zur Zeit t^0 beobachteten Punkten x.
(Die zur Zeit t^1 beobachteten Punkte o
zeigen keine Korrelation vom Typ (R)).

Es ist offensichtlich, daß eine Korrelation vom Typ (R) mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Korrelation vom Typ (Z) impliziert, wobei dann die Kurven der Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf in einem mehr oder weniger schmalen Band in der Mobilitätsebene verlaufen.

Die Untersuchung des Verhaltens der Wanderungsraten, die durch das dynamische Alternativenwahlmodell erzeugt werden können, und die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die spezielle Wahl von Parametern und Funktionen des Modells sind Gegenstand der folgenden Abschnitte.

3.4 Analytische Untersuchungen der Wanderungsraten beim dynamischen Alternativenwahlmodell

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein dynamisches Alternativenwahlmodell ohne Außenprozesse (siehe Abschnitt 2.1), d.h. auf ein System von Differentialgleichungen folgenden Typs:

$$(3.4.1) \quad \dot{P}_j = \sum_k \frac{b_{jk} V_j}{\sum_r b_{rk} V_r} {}^0M_k \phi_k(V_k / \sum_r a_{rk} V_r) - {}^0M_j \phi_j(V_j / \sum_r a_{rj} V_r).$$

Nach Bemerkung 2.2.1 läßt sich mit Hilfe von demobilisierenden Attraktivitäten (3.4.1) auf passive Gestalt transformieren.

Wir nehmen daher o.B.d.A. an, daß (3.4.1) passiv ist.

In jedem statischen Gleichgewicht, wenn also die Attraktivitäten V_j , $j \in A$, alle gleich sind, liegt ein stationärer Systemzustand vor. Da (a_{jk}) und (b_{jk}) stochastische Matrizen sind, erhält man aus $V_1 = V_2 = \dots = V_{|A|}$:

$$(3.4.2) \quad \sum_k b_{jk} {}^0M_k = {}^0M_j \quad \text{für alle } j \in A.$$

Der intrinsische Moverpool ist also Haupteigenvektor der Matrix (b_{jk}) , d.h. Eigenvektor zum Eigenwert 1.

In unseren folgenden analytischen Untersuchungen betrachten wir Systemzustände, die durch eine geringe Abweichung vom statischen Gleichgewicht charakterisiert sind. Als "Maß" für diese Abweichungen führen wir

$$(3.4.3) \quad \delta_{jk} := 1 - V_j / \bar{V}_k := 1 - V_j / \sum_{r \in A} b_{rk} V_r$$

bzw.

$$(3.4.4) \quad \delta_j := 1 - V_j / \bar{V}_j := 1 - V_j / \sum_{r \in A} a_{rj} V_r$$

ein.

Wir interessieren uns nur für kleine Werte der δ_{jk} bzw. δ_j und können deshalb annehmen, daß das Verhalten von Ein- und Auswanderungsraten durch Terme 0-ter und 1-ter Ordnung in den δ_{jk} bzw. δ_j hinreichend genau beschreibbar ist.

Wir erhalten aus (3.4.1) für die Auswanderungsraten $\tilde{M}_j$ (ohne Binnenwanderungen von Zone j nach Zone j)

$$(3.4.5) \quad \tilde{M}_j = M_j - b_{jj} \frac{V_j}{V_j} M_j.$$

und für die Zuwanderungsraten $\tilde{\Sigma}_j$ (ohne Binnenwanderungen von Zone j nach Zone j)

$$(3.4.6) \quad \tilde{\Sigma}_j = \Sigma_j - b_{jj} \frac{V_j}{V_j} M_j.$$

In Abhängigkeit von δ_{jk} bzw. δ_j stellen sich (3.4.5) und (3.4.6) dar als

$$(3.4.7) \quad \tilde{M}_j = {}^0M_j \Phi_j (1 - \delta_j) (1 - b_{jj} (1 - \delta_{jj}))$$

und

$$(3.4.8) \quad \tilde{\Sigma}_j = \sum_k b_{jk} {}^0M_k (1 - \delta_{jk}) \Phi_k (1 - \delta_k) - b_{jj} {}^0M_j (1 - \delta_{jj}) \Phi_j (1 - \delta_j).$$

Für den Rest des Abschnitts setzen wir voraus, daß die Φ_j genügend oft differenzierbar sind und erhalten dann mit der Bedingung $\Phi_j(1)=1$ (siehe Abschnitt 2.1) aus (3.4.7) und (3.4.8)

$$(3.4.9) \quad \tilde{M}_j = {}^0M_j (1 - \Phi_j^I(1) \delta_j + h_j(\delta_j)) (1 - b_{jj} (1 - \delta_{jj}))$$

$$(3.4.10) \quad \tilde{\Sigma}_j = \sum_k b_{jk} {}^0M_k (1 - \delta_{jk}) (1 - \Phi_k^I(1) \delta_k + h_k(\delta_k)) - b_{jj} {}^0M_j (1 - \delta_{jj}) (1 - \Phi_j^I(1) \delta_j + h_j(\delta_j))$$

mit

$$(3.4.11) \quad \lim_{\delta_j \rightarrow 0} h_j(\delta_j)/\delta_j = 0 \quad \text{für alle } j \in A.$$

Wir formulieren nun drei Voraussetzungen:

$$(V1) \quad \phi_j^1(1) = \tau \quad \text{für alle } j \in A,$$

$$(V2) \quad a_{jk} = b_{jk} \quad \text{für alle } j, k \in A,$$

$$(V3) \quad b_{jk} = b_j \quad \text{für alle } j, k \in A.$$

Bemerkung 3.4.1 Die Voraussetzungen (V1) und (V2) erscheinen uns als wenig restriktiv, wohingegen (V3) bedeutet, daß die Matrix $B = (b_{jk})$ vom Rang eins ist. Dies besagt, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten der Abwanderer von den einzelnen Alternativen von diesen unabhängig sind. Annahme (V3) erlaubt z.B. nicht das Auftreten von Intransitivitäten (siehe Goodchild/Smith(41)).

Satz 3.4.1 Es seien die Voraussetzungen (V1) und (V2) erfüllt. Dann gilt:

$$(3.4.12) \quad \tilde{M}_j / {}^0M_j - (1 - b_{jj}) = \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1 - b_{jj})) + g(\delta_{jk}; j, k \in A)$$

mit

$$(3.4.13) \quad \lambda_j = \frac{\tau - \frac{b_{jj}}{1 - b_{jj}}}{1 - \tau \frac{b_{jj}}{1 - b_{jj}}} \quad \text{und} \quad \lim_{\|(\delta_{jk})\| \rightarrow 0} g(\delta_{jk}; j, k \in A) = 0.$$

Ist zusätzlich (V3) erfüllt, so gilt:

$$g(\delta_{jk}; j, k \in A) = \sum_j g_j(\delta_j) \quad \text{mit}$$

$$(3.4.14) \quad \lim_{\|(\delta_j)\| \rightarrow 0} g_j(\delta_j)/\|(\delta_j)\| = 0.$$

Beweis: Aus (3.4.9), (3.4.10) folgt

$$\begin{aligned}
 \tilde{M}_j / {}^o M_j - (1 - b_{jj}) &= -\tau \delta_j + b_{jj} \delta_{jj} + \tau b_{jj} \delta_j + h_j(\delta_j)(1 - b_{jj}(1 - \delta_{jj})) \\
 &\quad - \tau b_{jj} \delta_j \delta_{jj} \\
 \tilde{\Sigma}_j / {}^o M_j - (1 - b_{jj}) &= - \sum_k \frac{b_{jk} {}^o M_k}{{}^o M_j} \delta_{jk} + b_{jj} \delta_{jj} + \tau b_{jj} \delta_j \\
 &\quad - \tau \sum_k \frac{b_{jk} {}^o M_k}{{}^o M_j} \delta_k + \sum_k \frac{b_{jk} {}^o M_k}{{}^o M_j} (h_k(\delta_k) + \tau \delta_{jk} \delta_k \\
 &\quad - \delta_{jk} h_k(\delta_k)) \\
 &\quad - b_{jj} (h_j(\delta_j) + \tau \delta_{jj} \delta_j - \delta_{jj} h_j(\delta_j)).
 \end{aligned}$$

Wegen (V2) ist $\delta_{jj} = \delta_j$ für alle $j \in A$.

Somit ist

$$\begin{aligned}
 (3.4.15) \quad \tilde{M}_j / {}^o M_j - (1 - b_{jj}) - h_j(\delta_j)(1 - b_{jj}(1 - \delta_j)) + \tau b_{jj} \delta_j \delta_{jj} &= \\
 = \delta_j (-\tau + b_{jj} + \tau b_{jj})
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (3.4.16) \quad \tilde{\Sigma}_j / {}^o M_j - (1 - b_{jj}) - \sum_k \frac{b_{jk} {}^o M_k}{{}^o M_j} (\delta_{jj} - \delta_{jk}) - \tau \delta_k + \\
 h_k(\delta_k) + \tau \delta_{jk} \delta_k - \delta_{jk} h_k(\delta_k) &= \\
 + b_{jj} (h_j(\delta_j) + \tau \delta_j^2 - \delta_j h_j(\delta_j)) &= \\
 = \delta_j (-1 + b_{jj} + \tau b_{jj}).
 \end{aligned}$$

Die rechten Seiten der beiden letzten Gleichungen unterscheiden sich genau um den Faktor λ_j aus (3.4.13).

Damit ist der erste Teil des Satzes gezeigt.

Wenn wir zusätzlich (V3) voraussetzen, so erhalten wir

$\delta_{jk} = \delta_j$ für alle $j, k \in A$.

Mit (3.4.2) folgt dann

$$(3.4.17) \quad b_j = {}^0M_j / \sum_k {}^0M_k$$

und

$$(3.4.18) \quad \sum_k b_{jk} {}^0M_k \delta_k / {}^0M_j = 0.$$

Die beiden Gleichungen (3.4.15, 16) vereinfachen sich zu

$$\begin{aligned} \tilde{M}_j / {}^0M_j - (1-b_j) + \tau b_j \delta_j^2 - h_j(\delta_j)(1-b_j(1-\delta_j)) &= \\ &= \delta_j(-\tau + b_j + \tau b_j) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1-b_j) - \sum_k b_k (h_k(\delta_k) - \delta_j h_k(\delta_k)) + b_j (h_j(\delta_j) + \tau \delta_j^2 - \delta_j h_j(\delta_j)) &= \\ &= \delta_j(-1 + b_j + \tau b_j). \end{aligned}$$

Daraus erhält man

$$\begin{aligned} \tilde{M}_j / {}^0M_j - (1-b_j) &= \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1-b_j)) + h_j(\delta_j)(1-b_j(1-\delta_j)) \\ &\quad - \tau b_j \delta_j^2 - \lambda_j (\sum_k b_k h_k(\delta_k)(\delta_j - 1) + \\ &\quad + b_j (h_j(\delta_j) + \tau \delta_j^2 - \delta_j h_j(\delta_j))) \end{aligned}$$

und aufgrund der Eigenschaft (3.4.11) der Funktionen h_j die Behauptung des Satzes.

q.e.d.

Falls die Voraussetzungen (V1)-(V3) erfüllt sind, besteht - in der Nähe eines statischen Gleichgewichts und unter Vernachlässigung von Termen der Größenordnung $o(\|\delta_j\|)$ - zwischen $\tilde{M}_j / {}^0M_j - (1-b_j)$

und $\tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1-b_j)$ der Zusammenhang

$$(3.4.19) \quad \tilde{M}_j / {}^0M_j - (1-b_j) \approx \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1-b_j)).$$

Wenn wir für den intrinsischen Moverpool den Ansatz

$$(3.4.20) \quad {}^0M_j = \epsilon_j P_j$$

machen, wobei die Größen ϵ_j als "intrinsische Mobilitäten" der Zonen $j \in A$ interpretierbar sind, so stellt (3.4.19) einen Zusammenhang zwischen den Ein- und Auswanderungsraten pro Kopf dar und läßt somit Vergleiche mit den empirischen Ergebnissen des vorigen Abschnitts zu.

Wir erhalten aus (3.4.19) dann

$$(3.4.21) \quad \tilde{M}_j / P_j - \epsilon_j (1-b_j) \approx \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / P_j - \epsilon_j (1-b_j)).$$

(3.4.21) sagt aus, daß - bis auf Glieder höherer Ordnung in $\|(\delta_j)\|$ - für jede Zone j die Punkte $\Omega_j := (\tilde{\Sigma}_j / P_j, \tilde{M}_j / P_j)$ der Wanderungsraten pro Kopf auf Geraden $G(\lambda_j, Q_j)$ durch den Punkt $Q_j := (\epsilon_j (1-b_j), \epsilon_j (1-b_j))$ mit Steigung λ_j liegen.

Da $\lim_{b_j \rightarrow 0} \lambda_j = \tau$ ist, verlaufen diese Geraden umso näher bei der Geraden $G(\tau, (\epsilon_j, \epsilon_j))$, je kleiner die b_j sind. Die Tendenz zu immer kleineren b_j -Werten ist i.a. umso ausgeprägter, je größer die Anzahl der Zonen ist, die im Modell verwendet werden.

Bild 3.4.1 zeigt den Bereich B, in dem sich die Wanderungsraten bewegen (wenn wir Glieder höherer Ordnung in $\|(\delta_j)\|$ vernachlässigen) für folgende den Untersuchungen von Cordey-Hayes/Gleave(9) nachempfundene Situation:

Es werden 20 Zonen betrachtet, von denen wir annehmen, daß sich ihre Bevölkerungszahlen höchstens um den Faktor 5 unterscheiden. Bezüglich der intrinsischen Mobilitäten ϵ_j unterstellen wir, daß sie alle gleich sind.

Dann gilt: $1/100 \leq b_j \leq 1/4$, also $\tau - 1/3 < \lambda_j < \tau$.

Für $\tau = 5/6$ erhalten wir B wie in Bild 3.4.1 angedeutet:

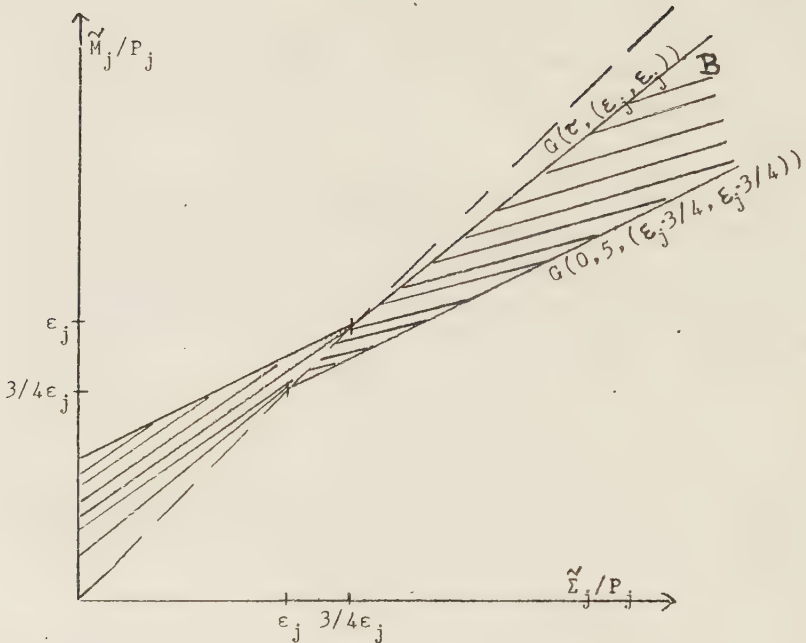


Bild 3.4.1 Mobilitätsebene; die Wanderungsraten verlaufen unter den oben beschriebenen Voraussetzungen im schraffierten Bereich B

Bei Verwendung der Klasse der dynamischen Alternativenwahlmodelle sind empirische Ergebnisse, wie sie im vorigen Abschnitt beschrieben wurden, reproduzierbar.

Man erhält zeitliche positive Korrelation der Wanderungsraten, wenn die Geraden $G(\tau, (\epsilon_j, \epsilon_j))$, in deren Nähe sich die Wanderungsraten bewegen, eine genügend große positive Steigung $\tau > 0$ besitzen.

Dies erreicht man, wenn man die Funktionen ϕ_j , die die intrinsischen Mobilitäten modifizieren, isoton ansetzt. Die Steigung $\tau = \phi_j'(1)$ sollte dabei nicht zu groß gewählt werden, um eine natürliche Ausrichtung des Systems zu gewährleisten. Unter den Voraussetzungen (V1-3) stellt $\tau=1$ diesbezüglich eine Obergrenze dar (vgl. Abschn. 2.2).

Wählt man die Funktionen $\tilde{\epsilon}_j$ isoton und zusätzlich die Mobilitäten ϵ_j nicht stark verschieden, so ist neben zeitlicher auch räumliche positive Korrelation der Wanderungsraten zu erwarten. Der in Bild 3.4.1 angedeutete Bereich B ist dann für alle Zonen nahezu gleich.

Die Wanderungsraten der Bundesländer der BRD (siehe Bild 3.3.2) deuten auf Werte von τ in der Nähe von eins und auf unterschiedliche Mobilitäten ϵ_j hin.

Ergebnisse von Cordey-Hayes/Gleave(9) über Wanderungsraten von 20 Arbeitsmarktreionen in England und Wales lassen in diesem Fall auf kleinere Werte von $\tau > 0$ und wenig unterschiedliche ϵ_j schließen.

Während sich unsere bisherigen Untersuchungen auf Systemzustände in der Nähe eines statischen Gleichgewichts bezogen, treffen wir zum Abschluß noch eine Aussage über die Steigung der Kurven der Wanderungsraten in der Mobilitätsebene im statischen Gleichgewicht, d.h. für $\|(\delta_j)\| = 0$.

Wir setzen dafür voraus, daß - zumindest für kleine Werte von $\|(\delta_j)\|$ - die intrinsischen Übergangswahrscheinlichkeiten b_j genau dann zu-(ab-)nehmen, wenn die Bestände P_j zu-(ab-)nehmen. Dies ist mit (3.4.20) z.B. dann der Fall, wenn die intrinsischen Mobilitäten ϵ_j der Zonen $j \in A$ alle gleich sind.

Satz 3.4.2 Falls die Kurven Ω_j der Wanderungsraten für $\|(\delta_j)\| \rightarrow 0$ eine Grenzsteigung $\hat{\lambda}_j^*$ besitzen, so liegt diese in einem Kegel K_j der in der Mobilitätsebene von der 45° -Linie einerseits und von der Geraden

$$G(\lambda_j^*, Q_j^*) := G(\liminf_{\|(\delta_j)\| \rightarrow 0} \lambda_j, \lim_{\|(\delta_j)\| \rightarrow 0} (\epsilon_j(1-b_j), \epsilon_j(1-b_j)))$$

begrenzt ist. (Falls der Grenzwert der Geradensteigungen λ_j für $\|(\delta_j)\| \rightarrow 0$ existiert, so ist er natürlich gleich λ_j^* .)

Beweis: Wenn $\hat{\lambda}_j^*$ existiert, so ist $\hat{\lambda}_j^*$ Grenzwert von Sekantensteigungen $\hat{\lambda}_j$ durch die Punkte Q_j und Ω_j . Wegen der

Voraussetzung des Satzes über die Übergangswahrscheinlichkeiten b_j gibt es eine Teilfolge von Punkten Ω_j , die gegen Q_j^* so konvergiert, daß gilt:

- (§) $\dot{P}_j < 0$ genau dann, wenn $1-b_j < 1-b_j^*$, bzw.
 (§§) $\dot{P}_j > 0$ genau dann, wenn $1-b_j > 1-b_j^*$.

Im Fall (§) liegt Ω_j in der Mobilitätsebene oberhalb, im Fall (§§) unterhalb der 45° - Linie. Für diese Teilfolge Ω_j ist also die Sekantensteigung $\hat{\lambda}_j$ mindestens so groß wie die Geradensteigung λ_j . Damit folgt die Behauptung.

q.e.d.

Bemerkung 3.4.1 a) Bei numerischen Rechnungen (siehe Abschnitt 3.5) zeigte es sich, daß die Steigungen $\hat{\lambda}_j^*$ für übliche Ansätze der Attraktivitäten V_j (siehe z.B. Dejon(49)) stets existierten.

b) Die Grenzsteigung $\hat{\lambda}_j^*$ aus Satz 3.4.1 ist, wenn man eine große Zonenzahl bei der Modellierung berücksichtigt, näher an λ_j^* als an 1 zu erwarten (vgl. numerische Ergebnisse des nächsten Abschnitts).

Bei den im Anschluß an Satz 3.4.1 angestellten Überlegungen benutzten wir die Voraussetzung (V3), die besagt, daß die Matrix B vom Rang eins ist. Dies stellte sicher, daß der Zusammenhang

$$\tilde{M}_j / {}^0M_j - (1-b_{jj}) = \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / {}^0M_j - (1-b_{jj}))$$

bis auf Fehler der Größenordnung $o(\|(\delta_j)\|)$ besteht.

Um dies nachzuweisen, haben wir wesentlich die Beziehung

$$(3.4.22) \quad \sum_k b_{jk} {}^0M_k \delta_{jk} / {}^0M_j = 0$$

verwendet. Falls B eine Matrix vom Rang größer als eins ist, gilt (3.4.22) i.a. nicht mehr.

Wenn wir jedoch ansetzen:

$$(3.4.23) \quad b_{jk} = b_j + \epsilon_{jk}, \quad a_{jk} = b_j + \tilde{\epsilon}_{jk},$$

mit (um o.B.d.A. Passivität von (3.4.1) sicherzustellen)

$$(3.4.24) \quad \sum_j \varepsilon_{jk} = 0, \quad \sum_j \tilde{\varepsilon}_{jk} = 0,$$

$$(3.4.25) \quad \sum_k \varepsilon_{jk} {}^oM_k = 0, \quad \sum_k \tilde{\varepsilon}_{jk} {}^oM_k = 0, \quad j, k \in A,$$

so läßt sich zeigen, daß die Funktion $g(\delta_{jk})$ aus Satz 3.4.1 von der Größenordnung

$$(3.4.26) \quad ||(\delta_{jk})|| (||(\varepsilon_{jk})|| + ||(\tilde{\varepsilon}_{jk})||)$$

ist.

Die oben getroffenen Aussagen über den Zusammenhang zwischen Ein- und Auswanderungsraten sind dann also nur bis auf Größenordnungen (3.4.26) richtig.

3.5 Numerische Untersuchungen des Verhaltens von Ein- und Auswanderungsraten

Mittels numerischer Beispielrechnungen beim dynamischen Alternativenwahlmodell wollen wir die im vorigen Abschnitt dargelegten Untersuchungen, die sich auf Systemzustände nahe einem statischen Gleichgewicht beziehen, veranschaulichen und dahingehend erweitern, daß wir die Systemreaktionen beobachten, wenn wir in 3.4 getroffene Voraussetzungen abschwächen.

Wir betrachten als Beispiele zum einen Simulationen mit einem 3-Zonen-Modell, also mit relativ großen intrinsischen Übergangswahrscheinlichkeiten, zum anderen ein 10-Zonen-Modell, für das die Übergangswahrscheinlichkeiten wesentlich kleiner sind.

Bilder 3.5.1 bis 3.5.9 zeigen die Wanderungsraten pro Kopf in der Mobilitätsebene für verschiedene Simulationen. Außerdem ist für jeweils eine Zone der im vorigen Abschnitt näher definierte Kegel K angedeutet, in dem die Steigung der Kurven der Wanderungsraten pro Kopf im statischen Gleichgewicht liegt.

Den Bildern 3.5.1 bis 3.5.3 entnimmt man die Kurven der Wanderungsraten für Wanderungen zwischen drei Zonen. Ein Vergleich von 3.5.1 und 3.5.2 zeigt, daß der Kegel K für größere Werte von τ schmaler wird; in 3.5.2 liegt deutlich zeitliche und räumliche positive Korrelation der Wanderungsraten vor. Räumliche positive Korrelation liegt in Bild 3.5.3, wo die intrinsischen Mobilitäten ϵ_j unterschiedlich gewählt wurden, nicht mehr unbedingt vor, jedoch noch immer zeitliche positive Korrelation. Gleiches gilt bei der Simulation mit 10 Zonen. (Bilder 3.5.4,5).

Wählt man den Parameter τ negativ, so gehen zeitliche und damit auch räumliche positive Korrelation verloren (Bild 3.5.6).

Wie aufgrund analytischer Überlegungen im vorigen Abschnitt zu erwarten war, bewegen sich die Wanderungsraten im Fall von

zehn Zonen ausgeprägter in der Nähe der Geraden $G(\tau, (\varepsilon_j, \varepsilon_j))$.
als im Fall von drei Zonen.

Außerdem sind die entsprechenden Kegel schmalere als im Fall von drei Zonen, da die Übergangswahrscheinlichkeiten kleiner sind.

Während die bisher beschriebenen Ergebnisse mit Verteilungsmatrizen vom Rang eins erzielt wurden, ist der Einfluß der Abweichung von einer Rang-1-Matrix in 3.5.7 bis 3.5.9 zu erkennen.

Es zeigt sich, daß bei relativ schwacher Störung $\|(\varepsilon_{jk})\| < 0.05$ (mit ε wie in (3.4.23)) die Steigungen der Wanderungsraten im statischen Gleichgewicht noch im Kegel K liegen, daß jedoch mit zunehmendem Einfluß der Störung (Bilder 3.5.8.9) dies nicht mehr bei allen Zonen der Fall ist (Zone 3 in Bild 3.5.9).

Die Bilder 3.5.10 bis 3.5.12 schließlich vermitteln einen Eindruck des "Fehlerterms" $f_j := \tilde{M}_j / M_j - (1 - b_{jj}) - \lambda_j (\tilde{\Sigma}_j / M_j - (1 - b_{jj}))$

Es zeigt sich, daß für Rang-1-Matrizen (Bild 3.5.10) der relative Fehler $\|(f_j)\| / \|(\delta_{jk})\|$ für $\|(\delta_{jk})\| \rightarrow 0$ gegen Null strebt und für schwache Störungen (Bild 3.5.11) sehr klein wird.

Für stärkere Störungen (Bild 3.5.12) strebt der relative Fehler einem Grenzwert zu, der deutlich größer ist als Null.

In diesem Fall lag die Grenzsteigung der Kurve der Wanderungsraten bei Zone 3 nicht mehr im Kegel K_3 (Bild 3.5.9).

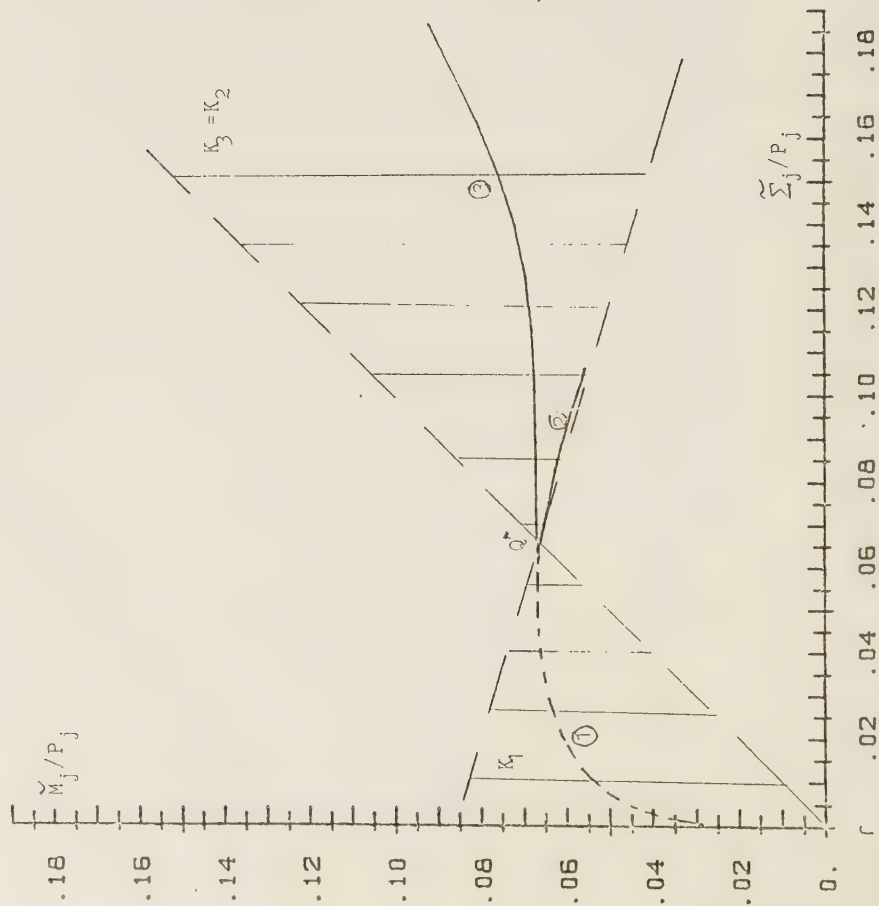


Bild 3.5.1 Mobilitätsebene;

3 Zonen, $\tau=0.3$, $\epsilon_j := \epsilon$,

$a_{jk} = b_{jk} = \epsilon_j^P / \sum_k \epsilon_k^P$,

①: Zone j,

$Q_j^* := (\epsilon_j(1-b_j^*), \epsilon_j(1-b_j^*))$.

Hier: $b_1^* = b_2^* = b_3^*$, daher $Q_1^* = Q_2^* = Q_3^* =: Q^*$.

Bild 3.5.1 Mobilitätsebene;

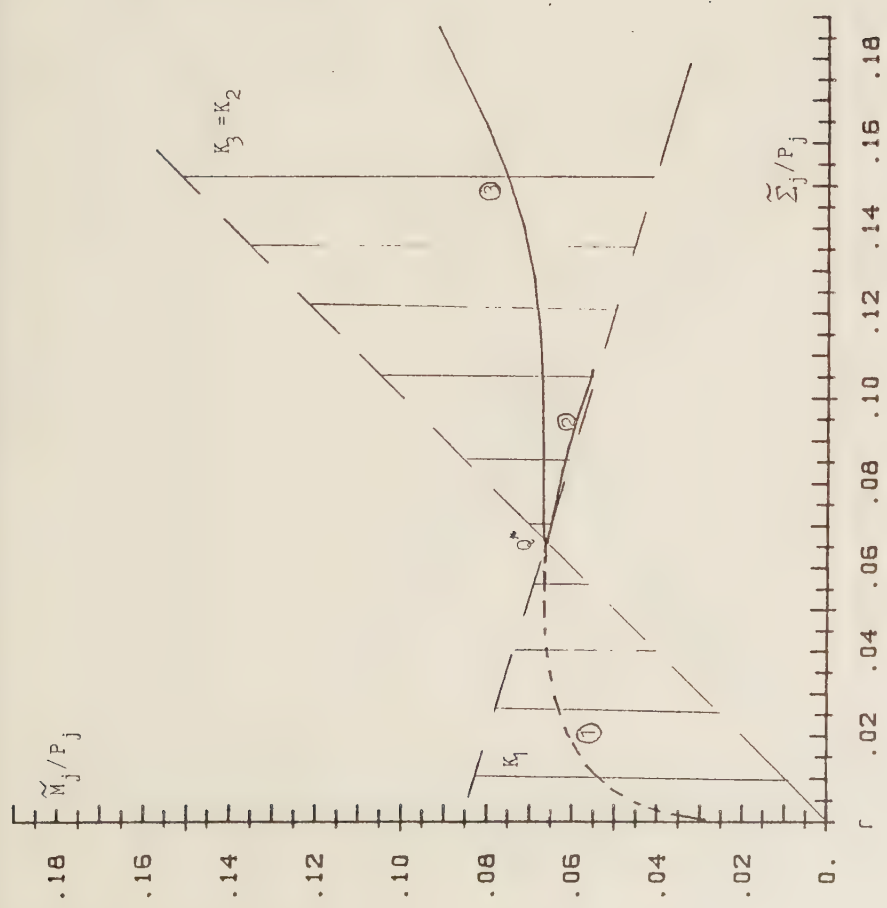
3 Zonen, $\tau=0.3$, $\varepsilon_j := \varepsilon$,

$$a_{jk} = b_{jk} = \varepsilon_j P_j / \sum_k \varepsilon_k P_k.$$

①: Zone j,

$$Q_j^* := (\varepsilon_j (1 - b_j^*), \varepsilon_j (1 - b_j^*)).$$

Hier: $b_1^* = b_2^* = b_3^*$, daher $Q_1^* = Q_2^* = Q_3^* = Q^*$.



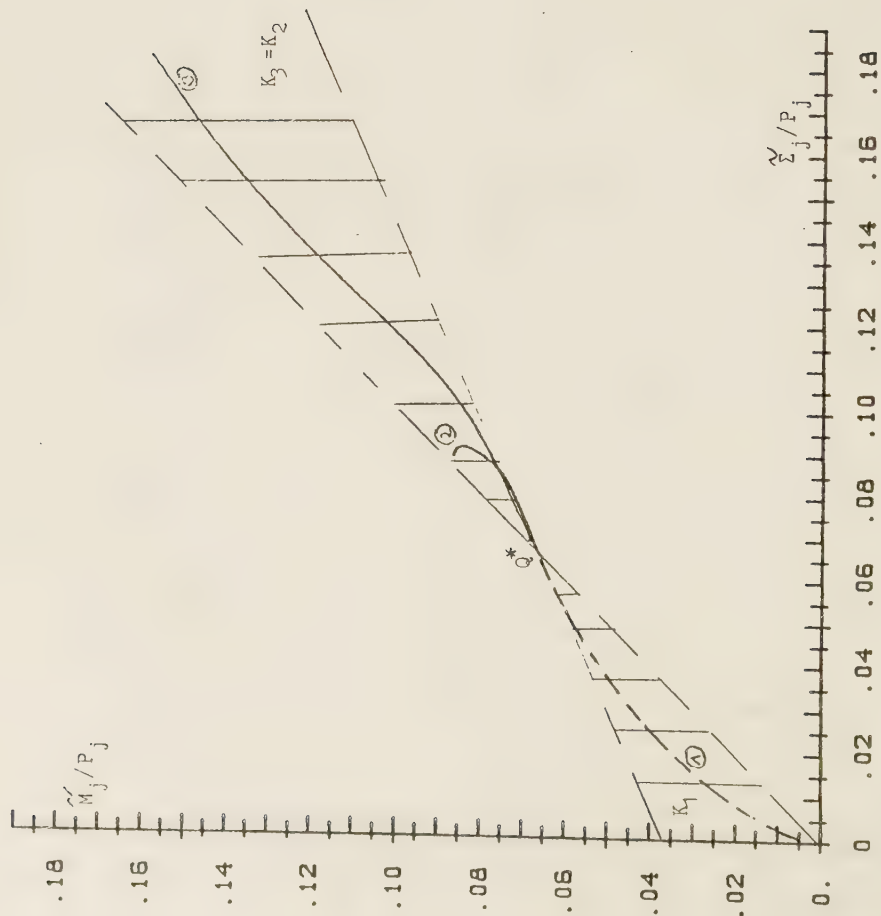


Bild 3.5.2 Mobilitätsebene,
Wie Bild 3.5.1, nur $\tau=0.7$

Bild 3.5.4 Mobilitätsebene;
wie Bild 3.5.2, nur 10 Zonen

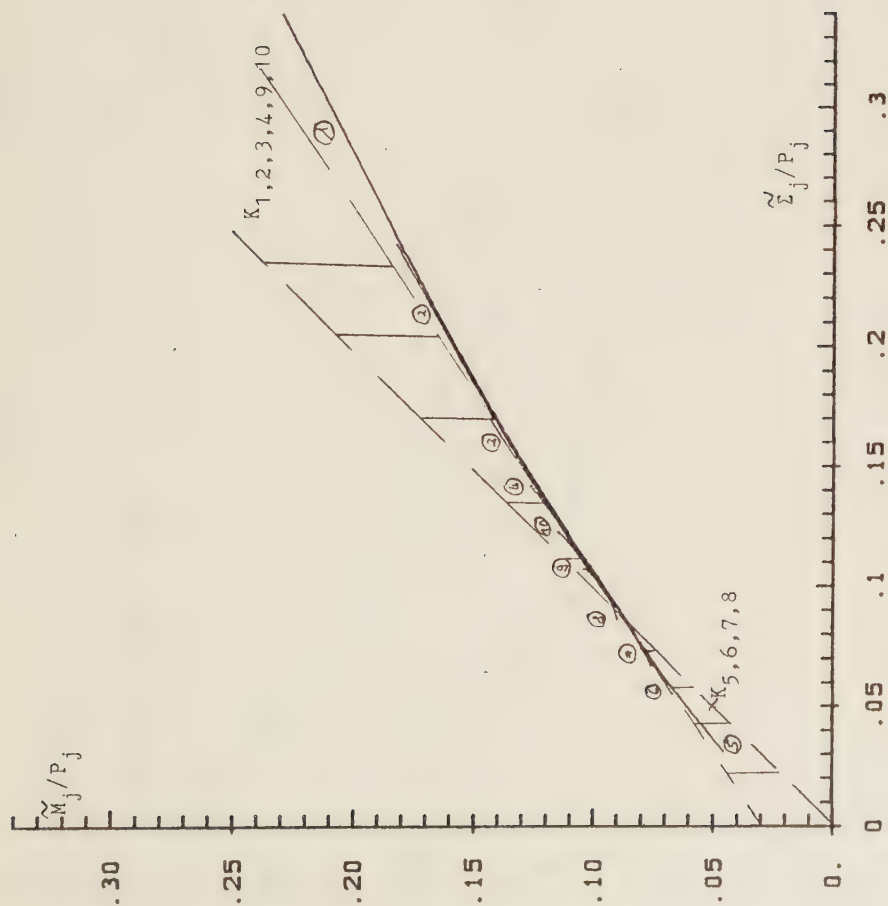
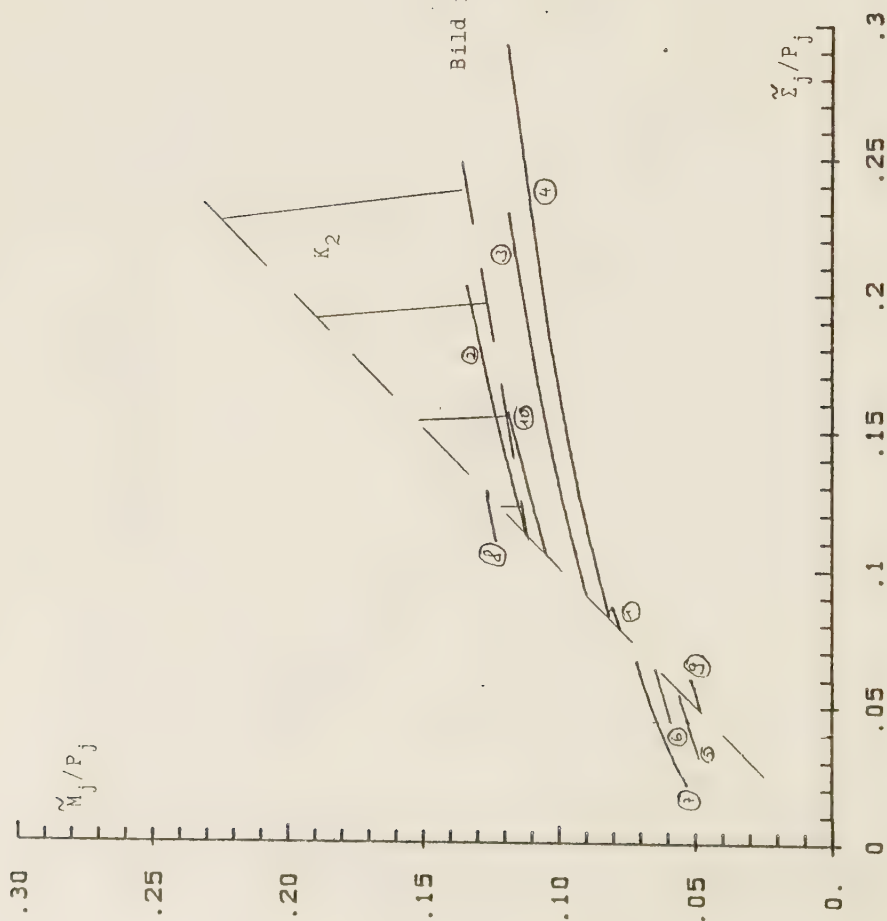


Bild 3.5.5 Mobilitätsebene;

wie Bild 3.5.1, jedoch lauter
verschiedene ϵ_j und 10 Zonen



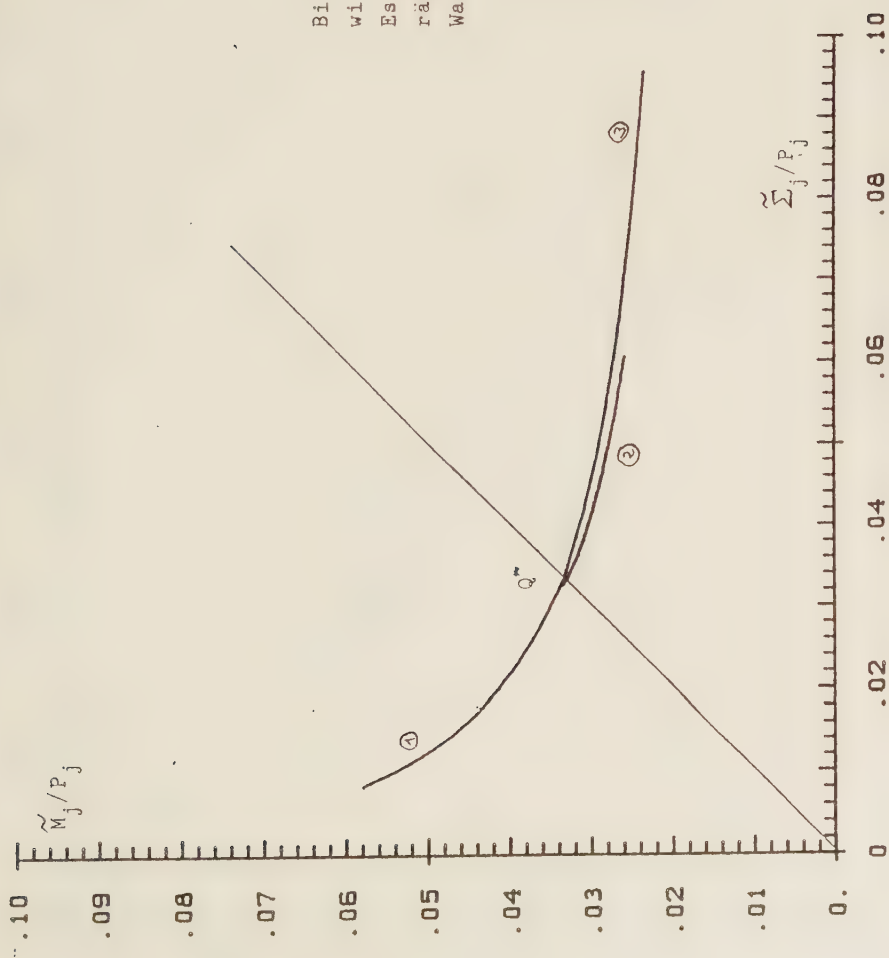


Bild 3.5.6 Mobilitätsebene;
 wie Bild 3.5.1, nur $\tau = -0.4 < 0$.
 Es liegt keine zeitliche und keine
 räumliche positive Korrelation der
 Wanderungsraten vor.

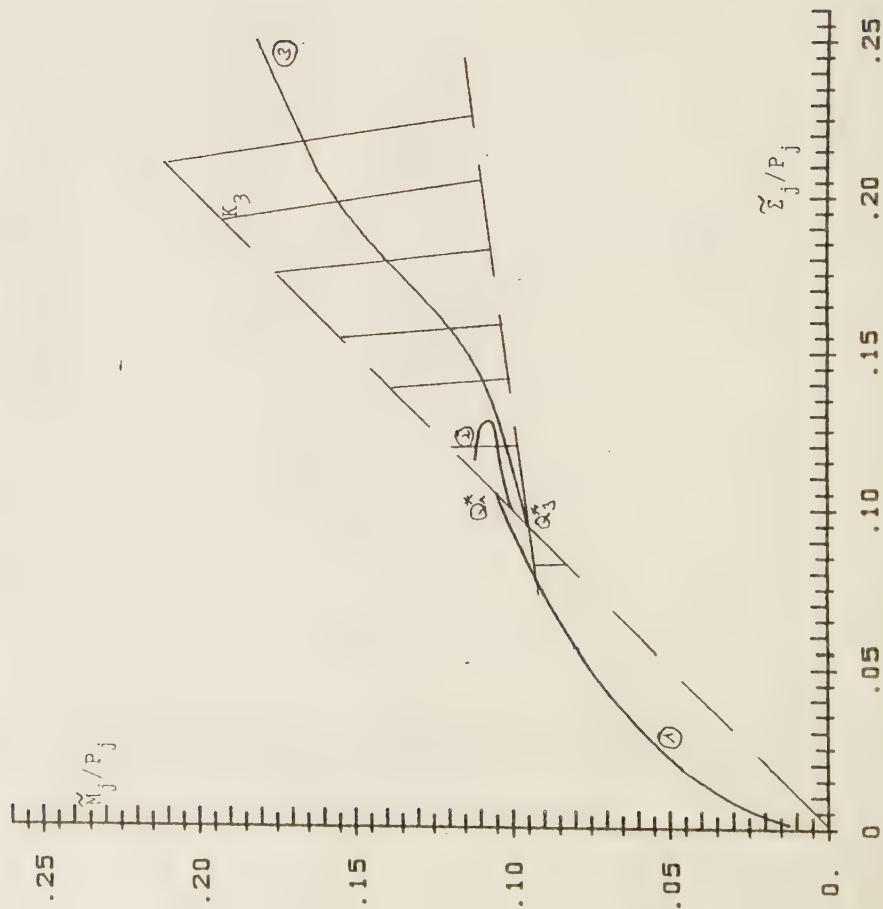


Bild 3.5.7 Mobilitätsebene;
 $\tau=0.6$, 3 Zonen, $a_{jk}=b_{jk}$, b_{jk} wie
in (3.4.23). (11-Norm der Ab-
weichungsmatrix ≤ 0.05 , intrin-
sische Mobilitäten ε_j alle gleich

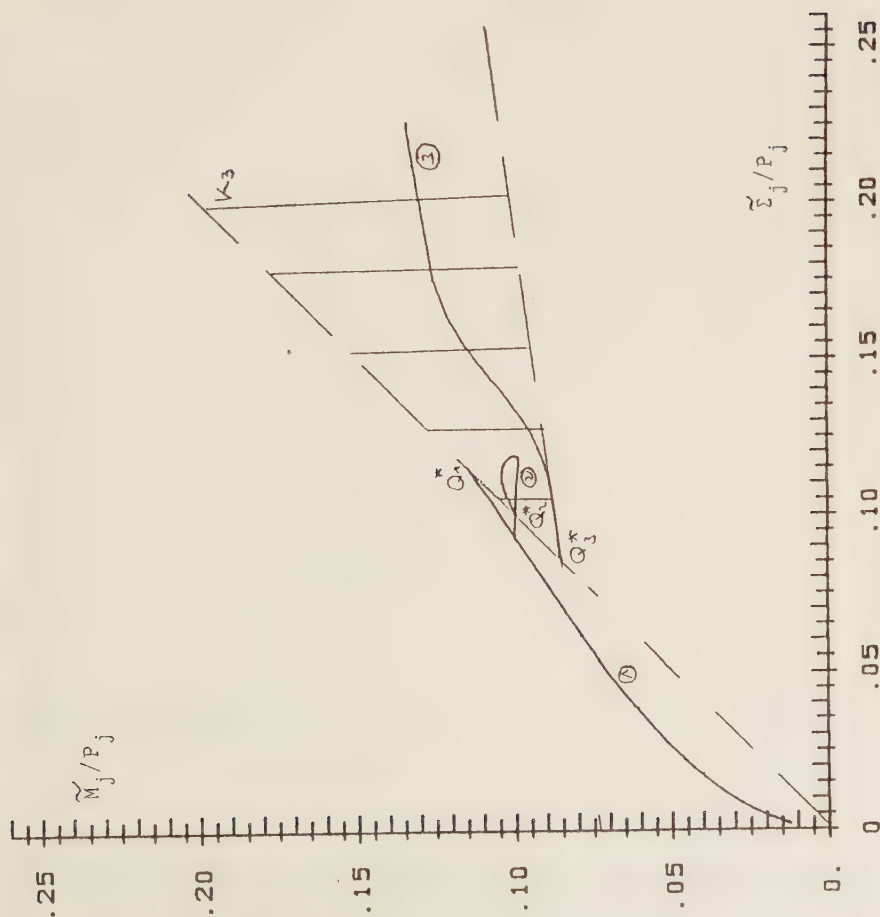


Bild 3.5.8 Mobilitätsebene;
wie Bild 3.5.7, nur Norm der
Abweichungsmatrix ≤ 0.2

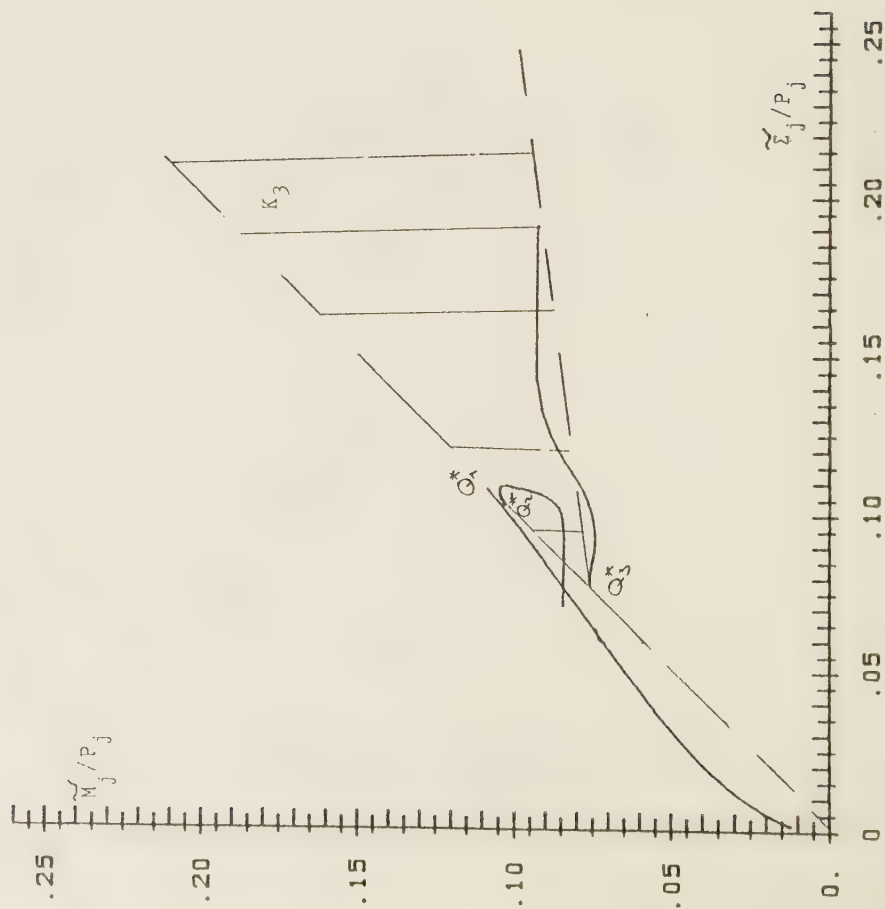


Bild 3.5.9 Mobilitäts Ebene;
wie Bild 3.5.7, nur Norm der
Abweichungsmatrix ≤ 0.5 .
Die Grenzsteigung der Kurve 3 liegt
nicht mehr im Kegel K_3

Bild 3.5.10 Zeitlicher Verlauf des Fehlerterms
 $\| (f_j) \| / \| (\delta_j) \|$ im Fall der Simulation, die zu
 Bild 3.5.1 führte ($b_{jk} = b_j$ für alle k)

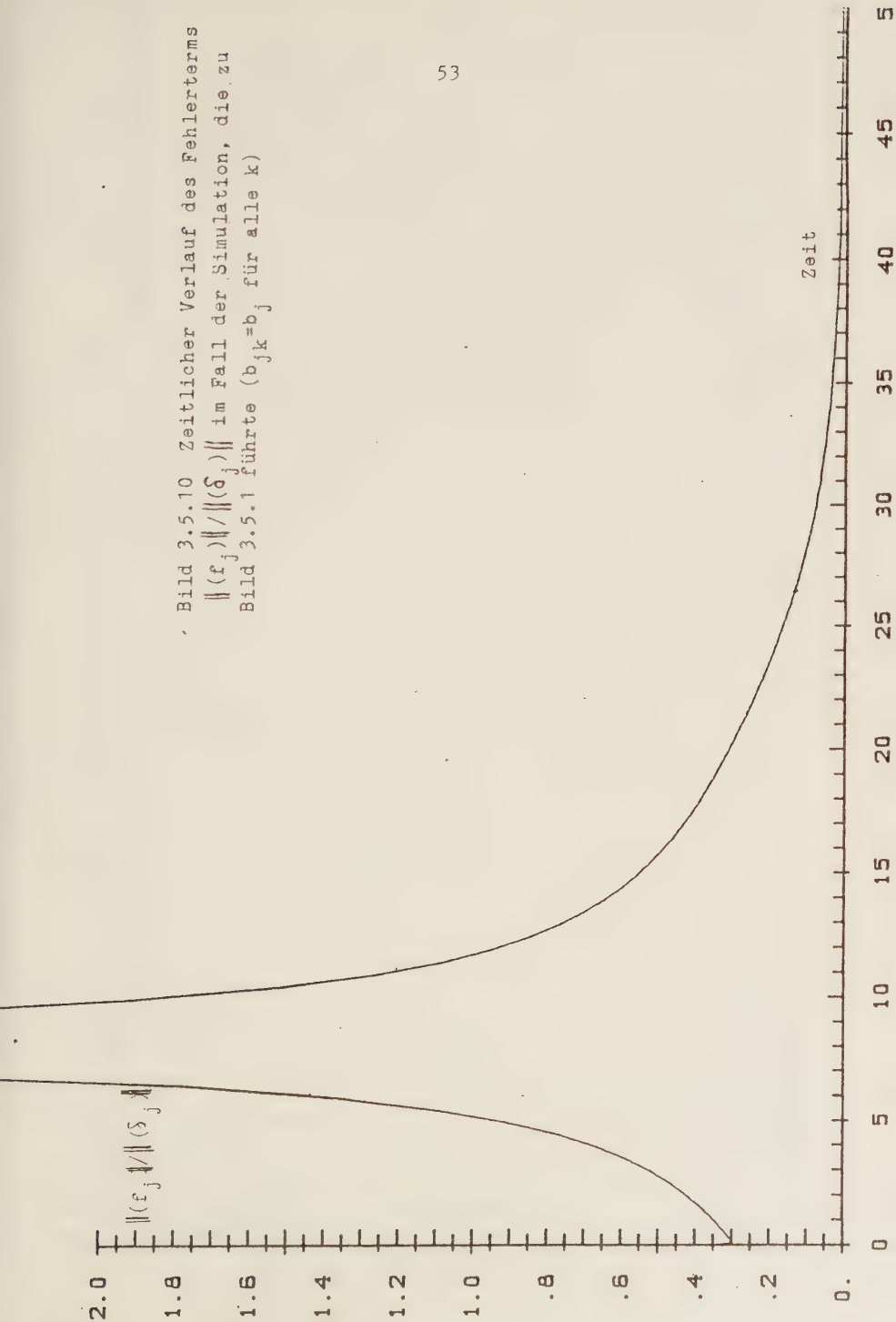
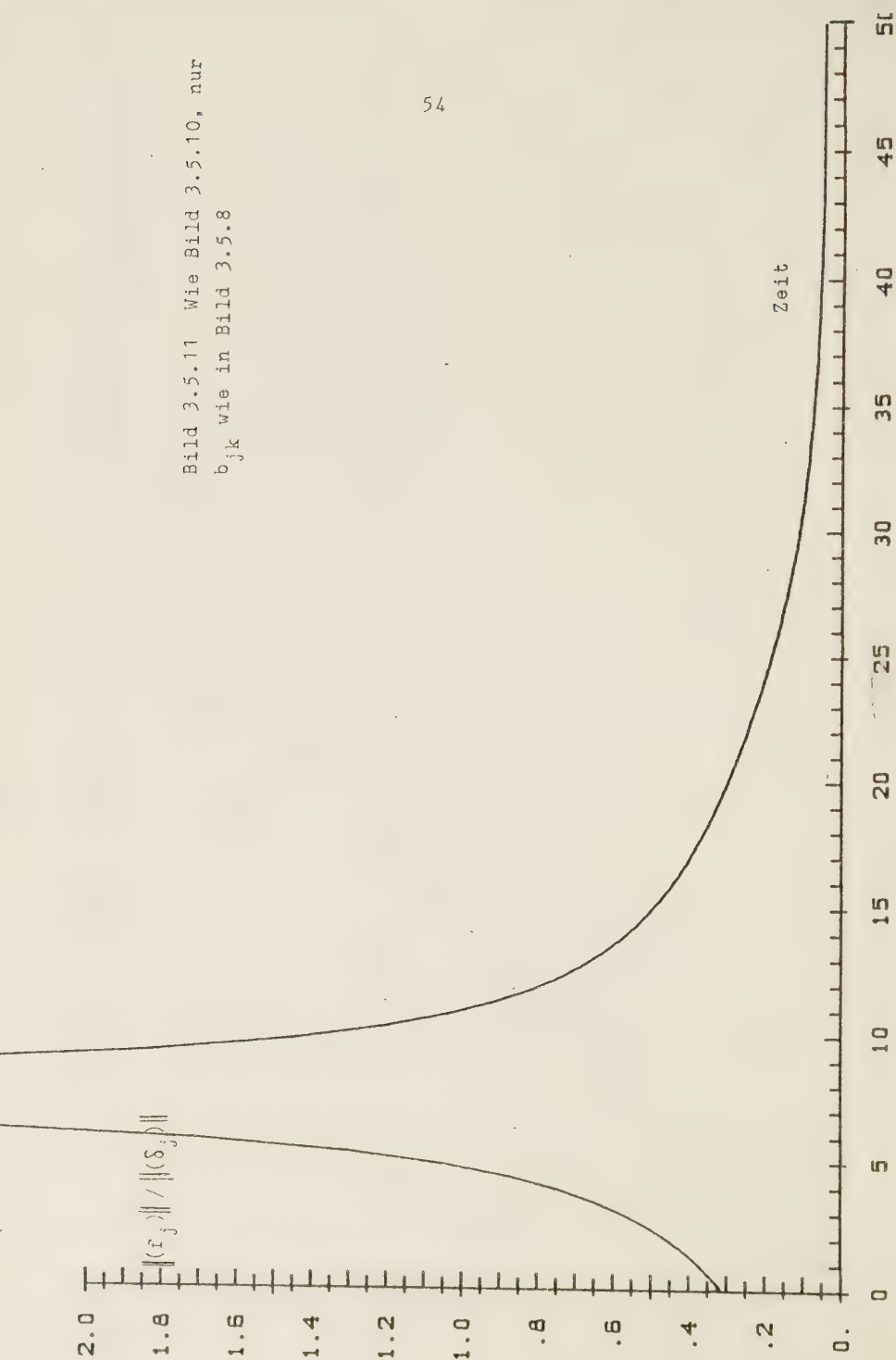


Bild 3.5.11 Wie Bild 3.5.10, nur
 b_{jk} wie in Bild 3.5.8

54



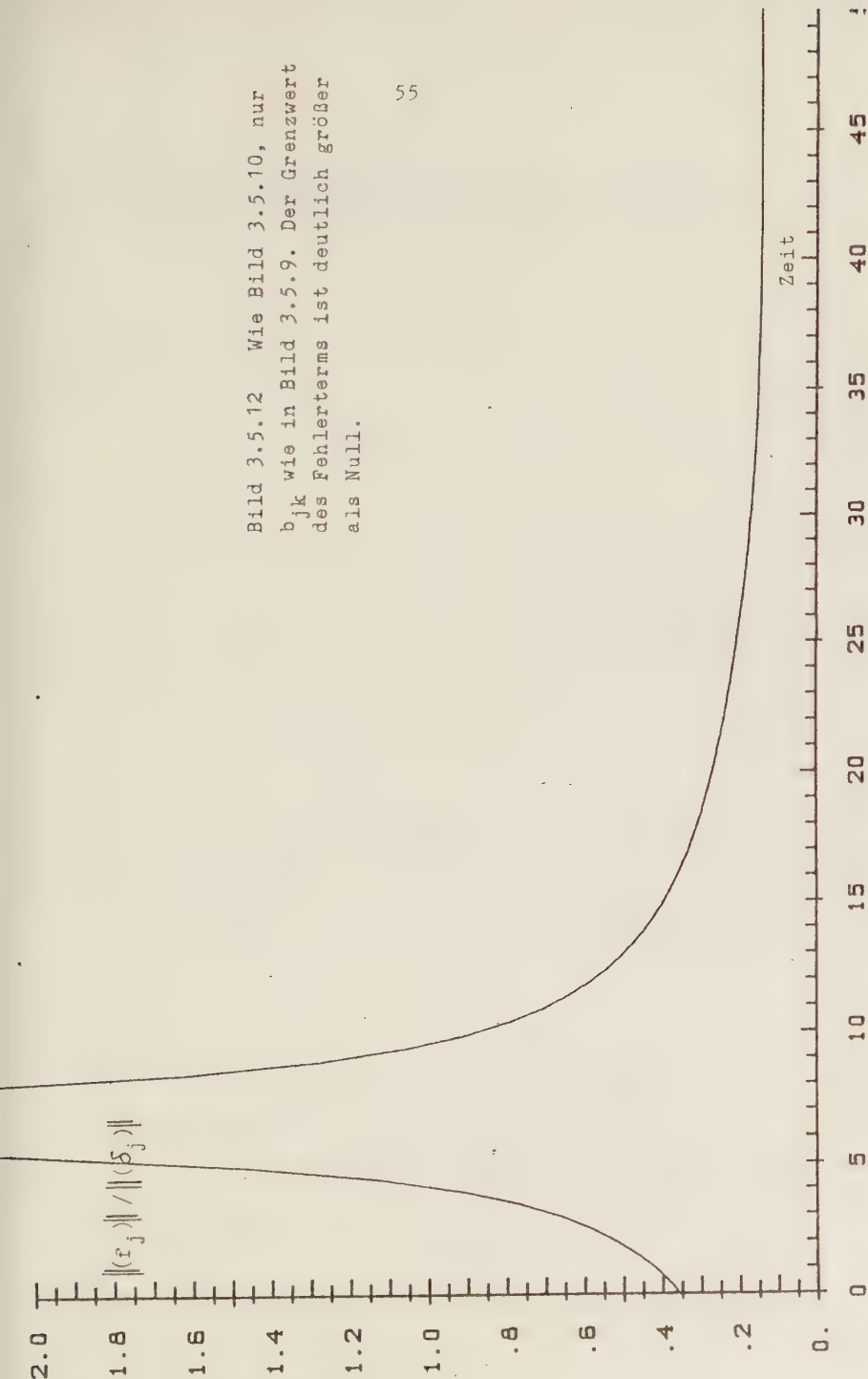


Bild 3.5.12 Wie Bild 3.5.10, nur b_{jk} wie in Bild 3.5.9. Der Grenzwert des Fehlerterms ist deutlich größer als Null.

§ 4. ANWENDUNGSGEBIET II DES DYNAMISCHEN ALTERNATIVEN- WAHLMODELLS: STANDORTWAHL UND LANDNUTZUNG

4.1 Standortwahl und Landnutzung nach Alonso

Wegweisend für die Theorie der Standortwahl und Landnutzung ist die Arbeit von Alonso(19), die sich von früheren Untersuchungen hauptsächlich durch die Behandlung der Probleme aus betont ökonomischer Sicht unterscheidet.

Alonso betrachtet zu vermietendes Land auf einer sogenannten homogenen Fläche, die hinsichtlich Bodenart oder -qualität als überall gleichwertig anzusehen ist ("featureless plain"). Es wird außerdem angenommen, daß sich in der Mitte dieser Fläche das Zentrum aller ökonomischen Aktivitäten befindet. Dort sind alle Personen beschäftigt, die in der umliegenden "Ebene" Land zu pachten oder zu mieten suchen, um dort zu wohnen oder Gewerbe zu treiben. Im Zentrum befindet sich aber auch der Markt, der als Umschlagplatz für etwaige im Umland erzeugte landwirtschaftliche Produkte dient.

Es wird angenommen, daß Pächter und Verpächter von Land vollständige Information über das Geschehen besitzen. Weiterhin trifft Alonso die üblichen Annahmen, daß sowohl "Nachfrager" als auch "Anbieter" versuchen, ihren Nutzen zu maximieren. Dabei konkurrieren als Nachfrager Haushalte und Firmen und als Anbieter die Landbesitzer untereinander.

a) Theorie der Haushalte (nach Alonso (19)):

Alonso betrachtet eine Nutzenfunktion $u(x, q, z)$ der Haushalte, die die üblichen Konkavitätseigenschaften besitzt und als differenzierbar vorausgesetzt wird.

Die Haushalte beachten bei der Maximierung von u die Budgetrestriktion

$$(4.1.1) \quad y = p_x x + p(z)q + d_z .$$

Dabei bedeuten

- y : Einkommen
 p_x : Preis für eine Konsumeinheit
 x : Konsummenge
 $p(z)$: Preis für eine Parzelle Land im Abstand z vom Zentrum
 q : Menge des gepachteten oder gekauften Landes
 d_z : Kosten, die auf der Entfernung z vom Zentrum basieren (commuting costs) und mit wachsender Entfernung zunehmen mögen (vgl. iv) auf S. 58).

Ein Spezifikum dieses Modells im Vergleich zu allgemeineren neoklassischen Gleichgewichtsmodellen ist die explizite Behandlung der Variablen "Entfernung vom Zentrum".

Für die beiden Güter "Land" und "Entfernung" gibt es nur einen Preis. Alonso entwickelt die Theorie der sogenannten "Nachfragepreiskurven" (bid rent curves), die den Zusammenhang beschreiben zwischen der Entfernung z vom Zentrum und dem Preis p , den ein Individuum bereit ist, für Landnutzung in eben dieser Entfernung zu bezahlen.

In einem ersten Schritt löst Alonso zu (beliebig) gegebener Entfernung z vom Zentrum das (klassische) Optimierungsproblem des Haushaltes:

$$(4.1.1) \quad \max_{x,q} \{u(x,q,z); y = p_x x + pq + d_z\}$$

und erhält die optimalen Mengen $x = x(p,z)$, $q = q(p,z)$ in Abhängigkeit vom Landpreis p und von der Entfernung z vom Zentrum. (y und p_x bleiben in der Folge unverändert und werden deshalb nicht als unabhängige Veränderliche genannt.)

Die *Nachfragepreiskurve* $p(z) \Big|_{u^0}$ zum Nutzenniveau u^0 ist implizit definiert durch

$$(4.1.2) \quad u(x(p,z), q(p,z), z) = u^0.$$

In unserem in Abschnitt 4.2 vorzustellenden dynamischen Alternativenwahlmodell nehmen wir auf einen Spezialfall des Modells von Alonso Bezug, indem wir $q = 1$ setzen. Wir unterstellen also, daß alle Nachfrager genau eine Einheit ("Parzelle") Land nutzen. Unsere Nachfragepreiskurven sind von der Gestalt

$$(4.1.3) \quad (p + d_z)^{-1} = u^0 \quad (\text{vgl. Def. 4.4.5}).$$

Neben den Haushalten, die sich um Landbesitz bewerben, betrachtet Alonso noch Firmen, die sich in der Ebene ansiedeln wollen, sowie die Möglichkeit, das Land agrarisch zu nutzen. Die Firmen und Landwirte versuchen, ihren Profit zu maximieren. Ganz analog zu den Nachfragepreiskurven der Haushalte werden die der Firmen und Landwirte gewonnen.

b) Gleichgewicht:

Für das Marktgleichgewicht nennt Alonso(19) folgende Bedingungen:

- i) In jeder Entfernung z vom Zentrum gibt es einen Preis $p^0(z)$ so, daß Angebot und Nachfrage nach Land zu diesem Preis dort übereinstimmen.
- ii) Nutzt eine Gruppe von gleichartigen Wirtschaftsagenten Land sowohl in einer Entfernung z_1 als auch in $z_2 \neq z_1$, so liegen die jeweiligen Gleichgewichtspreise $p^0(z_1)$ und $p^0(z_2)$ auf ein und derselben Nachfragepreiskurve dieser Agenten.
- iii) Eine Nutzergruppe mit der steileren Nachfragepreiskurve nutzt Land näher am Zentrum als eine andere mit weniger steiler Nachfragepreiskurve.
- iv) Der Preis des genutzten Landes nimmt mit der Entfernung vom Zentrum ab.
- v) Das Einkommen aus agrarischer Nutzung außerhalb des Bebauungsgebietes bestimmt die Preise innerhalb dieses Gebietes, indem am Rande des Bebauungsgebietes die Einkommen aus Agrarnutzung und die Preise für nichtagrarische Nutzung übereinstimmen.

Verschiedene Autoren wie Muth(20) und Mills(21) erweiterten das Modell der Standortwahl und Landnutzung von Alonso durch zusätzliche Betrachtung etwa von Beschäftigung, Transport oder spezieller Landstruktur.

Anas(6) wendet auf das Standortwahl- und Landnutzungsproblem die statische Theorie des stochastischen Auswahlverhaltens an, wobei er deterministische Marktgleichgewichte als Sonderfälle von stochastischen erhält. Dabei erhebt er die Forderung (Anas(6), S. 248) nach dynamischen Modellen, bei denen Angebots- und Nachfragefunktionen auf stochastischen Auswahlmodellen beruhen. Dieser Forderung entspricht die in dieser Schrift sowie in der Arbeit von Dejon/Güldner(51) vorgestellte Klasse von dynamischen Alternativenwahlmodellen. (In Abschnitt 2.4 ist der Zusammenhang mit stochastischen Auswahlmodellen bereits erörtert worden.)

4.2 Ein dynamisches Modell zur Standortwahl und Landnutzung vom Alonso - Typ

Es liegen R Regionen zur Standortwahl und Landnutzung vor. Jede Region $r = 1, \dots, R$ sei in Z_r Zonen eingeteilt, in denen - der Einfachheit halber - überall gleich große Parzellen Land zu Preisen $p_1, \dots, p_p$ zur Nutzung zur Verfügung stehen. Außerdem gebe es - über die R Regionen verteilt - X (verhaltenshomogene) Nutzergruppen. Diese Größen gehen in ein System S mit folgenden Subsystemen ein:

a) X Subsysteme S^{ox} , $x = 1, \dots, X$, mit

Subtotalen P^{ox} := Gesamtzahl der Wirtschaftseinheiten, der Nutzergruppe x , die Land nutzen.

Wir nehmen an, daß die Subtotalen P^{ox} keinen Außenprozessen unterliegen (so daß P^{ox} zeitunabhängig ist).

Die R Regionen $A^{ox} = \{1, 2, \dots, R\}$ bilden die Alternativenmenge.

$P_i^{ox}(t)$ bezeichnet dann die befriedigte Nachfrage nach Parzellen Land einer verhaltenshomogenen Gruppe x in Region i zur Zeit t .

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d).

Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A^{ox} und B^{ox} , sowie Funktionen $o_{M_j}^{ox}$ und $\bar{p}_j^{ox}$ zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.1).

b) Für jede Region $r \in \{1, \dots, R\}$, für jede Gruppe $x \in \{1, \dots, X\}$: ein

Subsystem S_D^{rx} mit dem

Subtotale: $P_D^{rx} := P^{ox}$ und der

Alternativenmenge: $A_D^{rx} = \{(j, p); j=1, \dots, Z_r, p=1, \dots, P\}$, d.h. mit der Menge aller "Zonen-Preis-Paare" in Region $r \in R$.

Es bezeichnet hier $P_{Djp}^{rx}(t)$ die Anzahl von Parzellen Land in Zone j der Region r , die zur Zeit t zum Preis p_p von Vertretern der Nutzergruppe x genutzt wird ($j=1, \dots, Z_r$; $p=1, \dots, P$).

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d). Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A_D^{rx} und B_D^{rx} , sowie Funktionen M_{Djp}^{rx} und Φ_{Djp}^{rx} zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.2).

Die Subsysteme S_D^{rx} unterliegen einem Außenprozeß ($Q_D^{rx}=1$), der Zu- bzw. Abwanderungen kennzeichnet:

$$(4.2.1) \quad \dot{P}_D^{rx} = {}^1\dot{P}_D^{rx} = {}^1\dot{P}_D^{rx+} - {}^1\dot{P}_D^{rx-}$$

Für die Zuwanderungen:

$$(4.2.2) \quad {}^1\dot{P}_D^{rx+} = \sum_t (b_{rt}^{ox} v_t^{ox} / \sum_s b_{st}^{ox} v_s^{ox}) M_t^{ox}$$

wählen wir eine Aufteilung im Verhältnis der Attraktivitäten :

$$(4.2.3) \quad {}^1S_{Djp}^{rx+} = e_{Djp}^{rx} V_{Djp}^{rx} \left(\sum_{i,q} e_{Diq}^{rx} V_{Diq}^{rx} \right).$$

Die e_{Djp}^{rx} sind noch wählbare Gewichtungsfaktoren.

Wir schlagen vor, die Abwanderungen

$$(4.2.4) \quad {}^1P_D^{rx-} = M_r^{ox} \quad (\text{Moverpool der Alternative } r \text{ im Subsystem } S^{ox})$$

proportional zur Verteilung des Subtotalen aufzuteilen:

$$(4.2.5) \quad {}^1S_{Djp}^{rx-} = P_{Djp}^{rx} / \sum_{i,q} P_{Diq}^{rx}.$$

c) Für jede Region $r \in \{1, \dots, R\}$, für jede Zone $z \in \{1, \dots, Z_r\}$ gibt es das

Subsystem S_S^{rz} mit dem

Subtotale $P_S^{rz} :=$ Gesamtzahl der verfügbaren Parzellen Land in Zone z der Region r .

Wir nehmen an, daß die Subtotalen P_S^{rz} keinen Außenprozessen unterliegen.

Die Alternativenmenge ist: $A_S^{rz} := \{p; p=1, \dots, P+1\}$. Das sind die P möglichen Preise $p_1, \dots, p_P$, und $P+1$ steht für die Möglichkeit der agrarischen Nutzung einer Parzelle.

Entsprechend bezeichnet $P_{Sp}^{rz}(t)$ für $1 \leq p \leq P$ die zum Zeitpunkt t von den Landbesitzern in Zone z der Region r zum Preis p_p zur Nutzung durch die Nachfrager angebotene Anzahl von Parzellen.

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d). Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A_S^{rz} und B_S^{rz} , sowie Funktionen $^oM_{Sp}^{rz}$ und ϕ_{Sp}^{rz} zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.2).

Den Zusammenhang der einzelnen Systeme entnimmt man leicht dem Systemgraph in Bild 4.2.1, der die Verteilung der einzelnen Subtotalen zeigt.

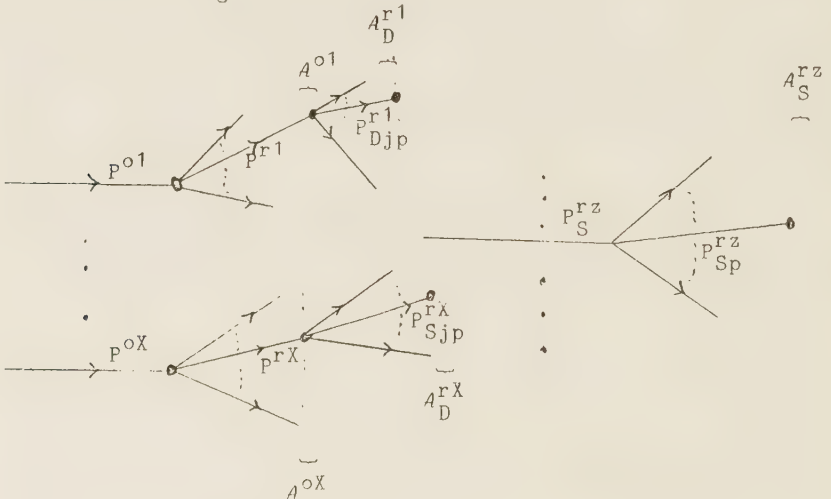


Bild 4.2.1 Systemgraph zu den Subsystemen a)-c)

d) Spezifikation der Attraktivitäten

Die Attraktivitäten für die einzelnen Subsysteme a)-c) wollen wir auf der Basis eines multinomialen Logit-Modells einführen. (siehe Abschnitt 2.4).

Dazu brauchen wir in jedem Subsystem eine (deterministische) Nutzenfunktion, die es erlaubt, beim jeweiligen Systemzustand jeder Alternative einen "objektiven" Nutzen zuzuweisen. Ein wichtiges Ingredienz einiger der Nutzenfunktionen sind die sogenannten Lagekosten der Parzellen einer Zone z einer Region r . Diese sind nutzergruppenspezifisch und werden mit d_z^{rx} bezeichnet.

Vereinbarungen 4.2.1 Es bezeichne d_j^{rx} , $j=1, \dots, Z_r$, $r=1, \dots, R$, $x=1, \dots, X$ die Lagekosten einer Parzelle in Zone j der Region r . Die Zonen seien so durchnummeriert, daß

$$(4.2.6) \quad d_1^{rx} < d_2^{rx} < \dots < d_{Z_r}^{rx} \text{ für alle } r=1, \dots, R, x=1, \dots, X.$$

Außerdem seien die in jeder Zone vorliegenden Preise gemäß

$$(4.2.7) \quad p_1 > p_2 > \dots > p_p > p_{p+1}$$

geordnet. (p_{p+1} ist dabei der Ertrag je Flächeneinheit bei agrarischer Nutzung.)

Als Nutzenfunktionen u für die einzelnen Subsysteme wählen wir: In den Subsystemen S^{ox} nehmen wir den Nutzen unabhängig vom Systemzustand an:

$$(4.2.8) \quad u^{ox} = c^{ox} (= \text{const.}) \text{ für alle } x=1, \dots, X.$$

In den Subsystemen S_S^{rz} ($r=1, \dots, R$, $z=1, \dots, Z_r$) wählen wir

$$(4.2.9) \quad u_{Sp}^{rz} := p_p (\sum_x p_{Dzp}^{rx} / p_{Sp}^{rz})^{\beta^{rz}} \text{ für } p = 1, \dots, P,$$

$$(4.2.10) \quad u_{Sp}^{rz} := p_p \text{ für } p = P+1$$

mit $\beta^{rz} > 0$.

Für die Subsysteme S_D^{rx} schlagen wir vor:

$$(4.2.11) \quad u_{Dzp}^{rx} := (d_z^{rx} + p_p)^{-1} - PE(\sum_x p_{Dzp}^{rx} / p_{Sp}^{rz})^{\beta^{rz}}, \quad x=1, \dots, X,$$

$$z = 1, \dots, Z_r, \quad r = 1, \dots, R.$$

Bemerkung 4.2.1 Der Ausdruck $d_z^{rx} + p_p$ in (4.2.11) steht für die Kosten der Nachfrager nach Land in Zone z bei der Preisklasse p , sofern genügend Land zu dieser Preisklasse angeboten wird. PE ist ein Strafkostenterm und läßt sich als zusätzliche Aufwendung interpretieren, die bei einem beinahe gesättigten Markt ($\sum_x p_{Dzp}^{rx} / p_{Sp}^{rz}$ nahe 1) aufzubringen ist, um in Zone j eine Parzelle Land zum Preis p zu erwerben.

Ein Beispiel für PE wäre:

$$PE(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < \alpha, \\ -1 + \exp(\sigma(x-\alpha)), & \text{falls } x \geq \alpha. \end{cases}$$

Dabei sind $0 \ll \alpha < 1$ und $\sigma \gg 1$ empirische Parameter.

Bemerkung 4.2.2 Die Anbieter in Region r und Zone z bewerten ihre Alternativen (die Preisklassen) unter zwei Gesichtspunkten.

Zunächst wird eine Alternative umso besser eingeschätzt, je höher die Preisklasse ist. Diese Bewertung wird modifiziert durch $(\sum_x p_{Dzp}^{rx} / p_{Sp}^{rz})^{\beta^{rz}}$. Wir nennen diesen Faktor

relativen Nachfragekoeffizient, oder kürzer *Nachfragekoeffizient*.

Er drückt aus, wie die Landbesitzer das Verhältnis von Angebot und Nachfrage zu einem Preis p einschätzen.

Wir unterstellen dabei jedoch nicht, daß die Anbieter das aktuelle Angebot und die aktuelle Nachfrage zum Preis p kennen, sondern vielmehr daß die von den Anbietern im Mittel erlebte und auch erwartete Nachfrage eine Funktion von $\Sigma P_{Dzp}^{rx} / P_{Sp}^{rz}$ ist, die wir mit $(\Sigma P_{Dzp}^{rx} / P_{Sp}^{rz})^{\beta^{rz}}$ ansetzen.

Der Parameter β^{rz} steuert die Flexibilität, mit der die Anbieter auf die Nachfrage-Angebotssituation reagieren. Für kleine Parameterwerte kann man ihr Verhalten als inflexibel, für große Werte als flexibel bezeichnen.

Die Alternative "Agrarnutzung" wird nur entsprechend dem Ertrag p_{p+1} je Flächeneinheit des genutzten Landes bewertet.

4.3 Eine Darstellung des dynamischen Ablaufgeschehens

Wir betrachten den Fall nur einer verhaltenshomogenen Gruppe und nur einer Region ($R=X=1$).

Seien zur Abkürzung P_{zp}^N die Anzahl der genutzten Parzellen Land zum Preis p_p in Zone z , sowie P_{zp}^A das Angebot.

Wir setzen voraus, daß bei Simulationsbeginn das Angebot die Nachfrage bei jedem Preis übersteigt. Bei einer anfänglichen Gleichverteilung innerhalb der Zonen sowohl von Angebot als auch Nachfrage werden die Nachfrager in der innersten Zone die billigste Preisklasse am höchsten bewerten. Die Rangfolge der weiteren Bewertungen hängt von der Ordnung der Größen $p_p + d_z$, $p=1, \dots, P$, $z=1, \dots, Z$, ab.

Alternativen (z, p) mit $p_p + d_z = \text{const.}$ werden gleich bewertet. Ist das System S natürlich gerichtet (siehe Abschn. 2.2), so nimmt die Belegungszahl P_{1p}^N zu.

Der umgekehrte Fall tritt bei den Anbietern ein. Sie bewerten unter den Alternativen $1, \dots, P$ in Zone 1 bei konstanter Auslastung aller Preisklassen zu Simulationsbeginn die Alternative P am schlechtesten, so daß $P_{1,P}^A$ abnimmt. (Es ist noch die Alternative "Agrarnutzung" zu berücksichtigen, von der wir aber zunächst annehmen, daß $P_{1,P+1}^A$ auf die Vorzeichen der Ableitungen der anderen Zustandsgrößen keinen Einfluß hat.)

Der gegenläufige Effekt - P_{1p}^N zunehmend, P_{1p}^A abnehmend - bewirkt, daß für das Zonen-Preis-Paar $(1, P)$ nach einer gewissen Zeit Δt die Funktion PE echt positiv wird und zu einer Verschlechterung der Bewertung von $(1, P)$ aus der Sicht der Nachfrager beiträgt.

Ein steiler Anstieg der Funktion PE bewirkt die Ablösung des Paares $(1, P)$ durch das Zonen-Preis-Paar (z, p) , das in der oben erwähnten Ordnung an zweiter Stelle steht, in seiner Rolle der von den Nachfragern am höchsten bewerteten Alternative. Wie beim Paar $(1, P)$ bewegen sich auch hier die Bestände P_{zp}^N und P_{zp}^A aufeinander zu, was wieder zu echt positiven PE führt, etc.

Der beschriebene Prozeß - Aufeinanderzubewegen von Angebot und

Nachfrage für Zonen-Preis-Paare (z, p) . dann Ablösung von (z, p) durch Paare mit höheren Werten $d_z + p_p$ - findet dann sein Ende, wenn sich unter den Paaren (z, p) mit $d_z + p_p = \text{const.}$ eine Zone z mit $p_p = p_p$ befindet und wenn in dieser Zone z genügend Land zur Verfügung steht. Letzteres entspricht der Voraussetzung im Modell von Alonso(19), daß genügend nutzbares Land zur Verfügung steht, wenn man nur bereit ist, sich weit genug vom Zentrum zu entfernen.

In einer Zone, in der nennenswerte Nachfrage nach nicht-agrarischer Landnutzung besteht und in der zusätzlich ein nicht unerheblicher Teil des Landes agrarisch genutzt wird, geschieht die nicht-agrarische Nutzung beim (niedrigsten) Preis p_p , denn: Von den Nachfragern wird der Preis p_p einem höheren nur dann nicht vorgezogen, wenn das Verhältnis von befriedigter Nachfrage zum Angebot der Preisklasse P so groß ist, daß Strafkosten entstehen, was gleichbedeutend damit ist, daß der Nachfragekoeffizient beim Preis p_p groß ist. Dies würde aber wiederum die Landbesitzer veranlassen, Land zum Preis p_p verstärkt anzubieten, anstatt es agrarisch zu nutzen. (Wir haben den agrarischen Nutzen niedriger angesetzt als den Nutzen aus Verpachtung.) Dies verhindert aber, daß Strafkosten für die Nachfrager entstehen.

Die dargelegten Gedanken zu konkretisieren und quantitative Aussagen zu machen, ist der Inhalt des folgenden Abschnitts.

4.4 Stationäre Preisstruktur im dynamischen Alternativenwahlmodell vom Alonso - Typ

Wenn wir unterstellen, daß das System S aus Abschnitt 2.1 stark passiv ist, liegt in jedem stationären Zustand auch statisches Gleichgewicht vor.

Wir wollen nun die dann vorliegenden Belegungszahlen der Subsysteme S^n in Abhängigkeit von den Parametern γ^n (α in Abschnitt 2.4) untersuchen und daraus Schlußfolgerungen für das spezielle Modell der Standortwahl und Landnutzung ziehen.

Wir unterdrücken der Index n und formulieren:

Definition 4.4.1 Sei $\Delta > 0$. In einem statischen Gleichgewicht heißt eine Alternative $a \in A$ Δ -optimal, falls der Nutzen einer optimalen Alternative um höchstens Δ größer ist als der Nutzen der Alternative a .

Einen Zusammenhang zwischen dem Nutzen einer Alternative und ihrer Belegungszahl vermittelt

Lemma 4.4.1 Sei $\Delta > 0$ und $\rho \in]0,1[$, $\hat{u} \in \mathbb{R}_+$.

Gilt für den Nutzen u_a einer Alternative $a \in A$:

$u_a \geq \hat{u} + \Delta$ und ist $\gamma \geq \frac{1}{\Delta} \ln(|A|(1-\rho))$, so wählen weniger als $\rho \cdot 100\%$ des Subtotales Alternativen, deren Nutzen kleiner oder gleich $\hat{u}$ ist.

Beweis: Wir zerlegen die Alternativenmenge A in die disjunkten Teilmengen

$A := \{a \in A; u_a \geq \hat{u} + \Delta\}$, $B := \{b \in A; \hat{u} + \Delta > u_b > \hat{u}\}$ und $C := \{c \in A; u_c \leq \hat{u}\}$.

Im statischen Gleichgewicht berechnet sich der Anteil des Subtotales, der auf Alternativen mit Nutzen höchstens gleich $\hat{u}$ entfällt (vgl. Abschnitt 2.4) zu

$$\sum_{c \in C} e^{\gamma u_c} / \sum_{j \in A} e^{\gamma u_j} = 1 / (1 + \sum_{i \in A \cup B} e^{\gamma u_i} / \sum_{c \in C} e^{\gamma u_c}).$$

Dieser Ausdruck ist aufgrund der Konstruktion der Mengen A , B und C echt kleiner als

$$\frac{1}{1 + \frac{e^{\gamma u_a}}{|A| e^{\gamma \hat{u}}}} \leq \frac{|A|}{|A| + e^{\gamma \Delta}} \cdot \text{Für } \gamma > \frac{1}{\Delta} \ln(|A|(1-\rho)) \text{ ist der}$$

letzte Ausdruck kleiner als ρ .

q.e.d.

Definition 4.4.2 Genügt für $\rho \in]0,1[$ die Belegungszahl P_a einer Alternative $a \in A$ der Ungleichung $P_a < \rho P$, so heißt die Alternative a ρ -unmerklich belegt, andernfalls ρ -merklich belegt.

Um über Eigenschaften von Alternativen, die ρ -merklich belegt sind, genauere Aussagen treffen zu können, betrachten wir die Nutzenfunktionen unter dem in der folgenden Definition beschriebenen Gesichtspunkt:

Definition 4.4.3 Läßt sich der Nutzen u_a jeder Alternative $a \in A$ in einen Anteil u_a^0 , der vom Systemzustand unabhängig ist und in einen zustandsabhängigen Anteil $u_a^*(\underline{p})$ gemäß

$$(4.4.1) \quad u_a = u_a(u_a^0, u_a^*(\underline{p}))$$

zerlegen, und zwar derart, daß gilt:

$$(4.4.2) \quad u_a \leq u_a^0,$$

so nennen wir u_a^0 den *originalen*, u_a den *aktuellen* Nutzen der Alternative a .

Wenn $u_a < u_a^0$, so sagen wir, für die Alternative a liegt *aktuelle Nutzenminderung* vor.

Merkliche Nutzenminderung liegt vor, wenn $u_a \leq u_a^0 - \Delta$.

Lemma 4.4.2 Seien Δ, γ, ρ wie in Lemma 4.4.1. Wir betrachten alle Alternativen $\tilde{a} \in A$, die die Bedingungen

$$(4.4.3) \quad \sum_{\substack{b \in A \\ u_b^0 < u_{\tilde{a}}^0}} P_b < \rho P$$

und

$$(4.4.4) \quad \sum_{\substack{b \in A \\ u_b^0 \leq u_{\tilde{a}}^0}} P_b \geq \rho P$$

erfüllen. Dann gilt:

Für alle Alternativen $b \in A$ mit

$$(4.4.5) \quad u_b^0 \geq u_{\tilde{a}}^0 + \Delta$$

besteht aktuelle Nutzenminderung, für alle $c \in A$ mit

$$(4.4.6) \quad u_c^0 \geq u_{\tilde{a}}^0 + 2\Delta$$

besteht merkliche Nutzenminderung.

Beweis: Die Behauptung folgt sofort aus Lemma 4.4.1. Bestünde nämlich für b (c) $\in A$ mit (4.4.5) ((4.4.6)) keine aktuelle (merkliche) Nutzenminderung, so wäre der Anteil der Agenten, die Alternativen wählen, deren Nutzen um mindestens Δ (2Δ) kleiner ist als der Nutzen von b (c), kleiner als ρP . Dann aber wäre (4.4.4) nicht erfüllt. Widerspruch!

Die Ergebnisse aus Lemma 4.4.2 veranschaulicht Bild 4.4.1.

Nach diesen Vorbereitungen wollen wir jetzt statische Gleichgewichtszustände des Modells zur Standortwahl und Landnutzung aus Abschnitt 4.2 untersuchen.

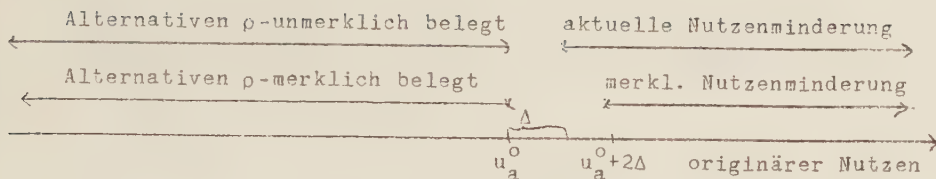


Bild 4.4.1 Ergebnisse aus Lemma 4.4.2

Wir betrachten eine Region $r \in \{1, \dots, R\}$ und unterdrücken zur Vereinfachung der Darstellung den Index r .

Für die Subsysteme S_S^z der Landbesitzer in Zone z ist der originäre Nutzen einer (Preis-)Alternative p gleich dem Preis selbst. Für nicht-agrarische Nutzung ($p > p_{p+1}$) tritt aktuelle Nutzenminderung ein, wenn der relative Nachfragekoeffizient (RNK) kleiner als eins ist. Eine merkliche Nutzenminderung tritt nicht ein wenn $RNK > 1 - \Delta/p$.

Für die Subsysteme S_D^x , $x=1, \dots, X$, von Nutzergruppen bilden die "inversen Kosten" $u_{Dzp}^{ox} := (d_z + p)^{-1}$ die originären Nutzen der jeweiligen (Zonen-Preis-)Alternativen $(z, p) \in A_D^x$. Aktuelle Nutzenminderung tritt dann ein, wenn der relative Nachfragekoeffizient so groß ist, daß Strafkosten $PE > 0$ entstehen (vgl. (4.2.11)).

Wir arbeiten mit einer Strafkostenfunktion PE von folgender Form:

$$(4.4.10) \quad PE(RNK) := \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < RNK < \alpha \\ \exp(1/(1-RNK)) - \exp(1/(1-\alpha)) & \text{für } \alpha \leq RNK < 1 \\ +\infty & \text{für } RNK \geq 1 \end{cases}$$

Diese Wahl verhindert, daß im statischen Gleichgewicht Überschußnachfrage existiert. Es wird im Gegenteil immer etwas Überschußangebot herrschen.

Wir setzen $\alpha > \max \{1 - \Delta/p; p \in A_S^z, z=1, \dots, Z\}$ und erhalten damit:

Lemma 4.4.3 Für eine Alternative (z, p) der Nutzergruppen $x=1, \dots, X$ besteht aktuelle Nutzenminderung genau dann, wenn für die Anbieter im Subsystem S_S^z keine merkliche Nutzenminderung beim Preis p vorliegt.

Definition 4.4.4 Wir sagen, bei einem Preis p herrscht *relativ starke Nachfrage*, falls für $(z, p) \in A_D^x$ Nutzenmin-
derung besteht.

Wir unterdrücken im folgenden gelegentlich zur Vereinfachung den Index x , der die einzelnen Nutzergruppen kennzeichnet.

Definition 4.4.5 Wir nennen den Preis p , der in einer Zone z für die Nachfrager den originären Nutzen u^0 liefert, den *Nachfragepreis in Zone z (zum originären) Nutzen u^0* und bezeichnen ihn mit $p_z(u^0)$.

Definition 4.4.6 Erfüllt ein Zonen-Preis-Paar $(\tilde{z}, \tilde{p}) \in A_D$ die Bedingungen, die in Lemma 4.4.2 an die Alternative $\tilde{a}$ geknüpft sind, so nennen wir den Nachfragepreis $p_{\tilde{z}}(u_{(\tilde{z}, \tilde{p})}^0)$ die ρ -Schwelle der Nachfrager in Zone $\tilde{z}$.
Erfüllt andererseits ein Preis $\bar{p} \in A_S^z$ die Bedingungen an $\tilde{a}$ in Lemma 4.4.2, so sprechen wir von der ρ -Schwelle der Anbieter in Zone $\tilde{z}$.

Mit diesen Begriffen erhalten wir sofort:

Satz 4.4.1 Liegt die ρ -Schwelle einer Nachfragerpopulation x in einer Zone z unterhalb der ρ -Schwelle der Anbieterpopulation P_S^z , so ist die (befriedigte) Nachfrage der Population x in Zone z kleiner als $\rho(P^x + P_S^z)$. Wir sagen dann, sie ist *nicht nennenswert*.

Wie hoch können die ρ -Schwellen von Anbieterpopulationen höchstens sitzen ?

Satz 4.4.2 Seien ρ, γ, Δ wie in Lemma 4.4.2.
 $\tilde{a} = (z, p) \in A_D$ bezeichne für die Nachfrager und
 $\tilde{a}^S =: \bar{p}_z \in A_S^z$ für die Anbieter in einer Zone z jeweils eine Alternative, die den Voraussetzungen von Lemma 4.4.2 genügt.

Ist dann $\bar{p}_z$ der niedrigste Preis in A_S^z , für den gilt $\bar{p}_z \geq \bar{p}_z + 2\Delta$, so genügt der Nachfragepreis $p_z(u_a^0 + \Delta)$ in Zone z der Ungleichung

$$(4.4.11) \quad \bar{p}_z > p_z(u_a^0 + \Delta).$$

Beweis: Nach Lemma 4.4.2 gilt für die Nachfrager in Zone z : Wenn $p \leq p_z(u_a^0 + \Delta)$, so liegt bei p aktuelle Nutzenminderung, also relativ starke Nachfrage vor.

Für die Anbieter in Zone z gilt nach Lemma 4.4.2:

Wenn $p \geq \bar{p}_z$, so liegt merkliche Nutzenminderung vor. Wäre $\bar{p}_z \leq p_z(u_a^0 + \Delta)$, so läge also bei $\bar{p}_z$ aktuelle Nutzenminderung für die Nachfrager und merkliche Nutzenminderung für die Anbieter vor.

Dies ist aber nach Lemma 4.4.3 nicht möglich. Somit gilt die Ungleichung (4.4.11).

q.e.d.

Dieser Satz besagt, daß bei jeder Nachfragerpopulation in jeder Zone z die ρ -Schwelle, (die durch $p_z(u_a^0)$ gegeben ist) unterhalb, oder nur wenig oberhalb der ρ -Schwelle $\bar{p}_z$ der Anbieterpopulation p_S^z sitzt, wenig in dem Sinne, daß die Ungleichung (4.4.11) gilt.

Wir stellen die Ergebnisse aus Satz 4.4.2 in Bild 4.4.2 graphisch dar. Dabei bedeuten:

MA: ρ -merkliches Angebot, MN: ρ -merkliche Nachfrage, UMN: ρ -unmerkliche Nachfrage, MMA: merkliche Nutzenminderung für Anbieter, AMN: aktuelle Nutzenminderung für Nachfrager.

Wir betrachten nun alle "nennenswert nachgefragten" Zonen (in denen von mindestens einer Nutzergruppe nennenswerte Nachfrage besteht), bezeichnen mit K^x die (Nachfragepreis-)Kurve $\{(z, p_z(u_a^0)^x), z = 1, \dots, Z\}$ (wie in Lemma 4.4.2), d.h. die ρ -Schwellen der Nutzergruppe x , und setzen $K := \max \{K^x; x=1, \dots, X\}$. Dann gilt:

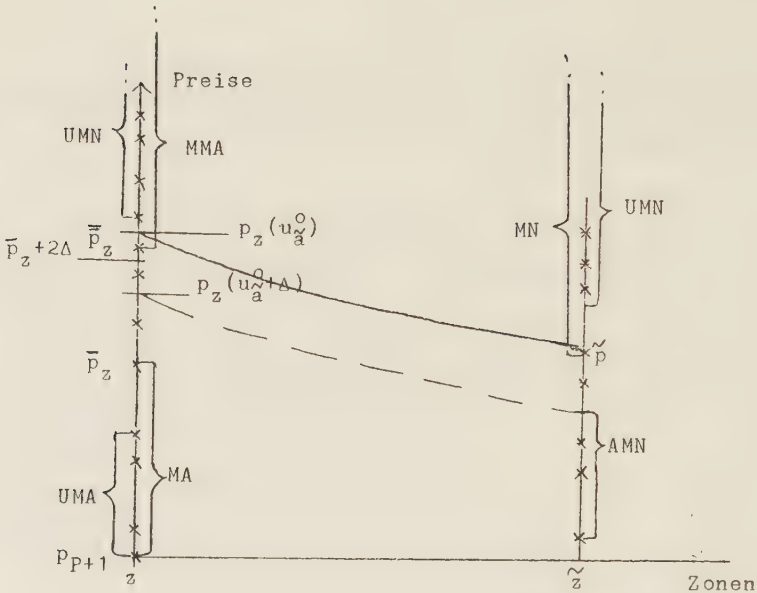


Bild 4.4.2 Ergebnisse aus Satz 4.4.2

(x kennzeichnet eine diskrete Preisstufe,
— ein Preisniveau)

Korollar 4.4.1 a) In keiner nennenswert nachgefragten

Zone z liegt die ρ -Schwelle oberhalb K .

b) Liegt in einer Zone z die ρ -Schwelle $\bar{p}_z$ der Anbieter nicht oberhalb K , aber oberhalb gewisser Nachfragepreiskurven K^x , so liegt wegen Satz 4.4.1 von diesen Gruppen x in z keine nennenswerte Nachfrage vor.

Wir sagen, daß diese Gruppen von denen *verdrängt* sind, deren ρ -Schwelle nicht unterhalb $\bar{p}_z$ liegt und nennen solche verdrängte Gruppen x *ökonomisch schwächer*.

Bild 4.4.3 zeigt ein Beispiel einer Verdrängung einer ökonomisch schwächeren Gruppe x durch eine Gruppe y .

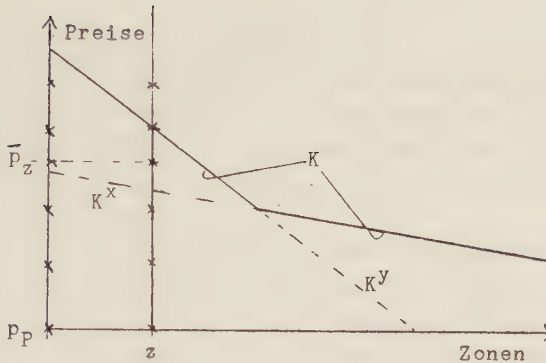


Bild 4.4.3 Zonen - Preis - Ebene

Gruppe x ist von der ökonomisch stärkeren Gruppe y aus Zone z verdrängt

Das folgende Korollar gibt Bedingungen dafür an, unter denen eine Situation, wie sie in Korollar 4.4.1b) vorausgesetzt wurde, eintritt.

Korollar 4.4.2 Δ , ρ und γ seien wie in Lemma 4.4.2.

Ist Δ so klein, daß einerseits zwischen $\bar{p}_z$ und $\bar{\bar{p}}_z$ keine (diskrete) Preisstufe aus A_S^z liegt, andererseits die Intervalle $[p_z(u_a^{ox} + \Delta), p_z(u_a^{ox})]$ für alle Nutzergruppen x höchstens eine diskrete Preisstufe aus A_S^z enthalten, so gilt:

Sei y eine Nutzergruppe, deren ρ -Schwelle in einer Zone z, in der Land von mindestens einer Nutzergruppe nennenswert genutzt wird, auf K liegt.

a) Wenn $\bar{\bar{p}}_z > p_z(u_a^{oy})$, so wird Land von Gruppe y - wenn überhaupt - nur zum Preis $\bar{p}_z$ nennenswert genutzt.

b) Ist $\bar{\bar{p}}_z \leq p_z(u_a^{oy})$, so wird Land von Gruppe y - wenn überhaupt - nur zu den benachbarten Preisen $\bar{p}_z$ und $\bar{\bar{p}}_z$ nennenswert genutzt.

c) Für Nutzergruppen x mit $K^x < K$ in z gelten a) und b) entsprechend, sofern $K^x \geq \bar{p}_z$. Ist jedoch $K^x < \bar{p}_z$, so sind diese Gruppen aus z verdrängt.

Der Beweis folgt sofort aus Korollar 4.4.1.

Bemerkung 4.4.1 Wenn in einer Zone z von den Anbietern Land ρ -merklich agrarisch und außerdem von einer Nutzergruppe x nennenswert genutzt wird, so ist dies unter den Voraussetzungen des letzten Korollars nur beim niedrigsten Preis p_p möglich, da $\bar{p}_z = p_{p+1}$, also $\bar{\bar{p}}_z = p_p$.

Wir wollen jetzt untersuchen, wie groß die Belegungszahlen der Anbieter bei Preisalternativen sind, die von den Nachfragern nur ρ -unmerklich belegt sind, und wie groß die Belegungszahlen der Nachfrager bei Alternativen (z, p) sind, wenn Land zum Preis p nur ρ -unmerklich angeboten wird.

Wenn wir unterstellen, daß die Gesamtnachfrage einer Nutzergruppe nach Land größer ist, als das Gesamtangebot in einer Zone z , so wird in dieser Zone Land zu Preisen, die ρ -unmerklich von den Anbietern belegt sind, von den Nachfragern nur ρ -unmerklich genutzt, da die befriedigte Nachfrage zu einem Preis stets kleiner als das Angebot ist.

Wird andererseits in einer Zone z Land zu Preisen p von allen Nutzergruppen nur ρ -unmerklich genutzt, so gilt für den Nutzen u_{Sp}^z der Anbieter:

$$u_{Sp}^z = p \left(\sum_x P_{Dzp}^x / P_{Sp}^z \right)^{\beta^z} < p (\rho P_D / P_{Sp}^z)^{\beta^z}.$$

Entweder ist nun eine Preisalternative p für die Anbieter nicht Δ -optimal - dann ist sie auch nur ρ -unmerklich belegt - oder aber sie ist Δ -optimal. Dann muß aber gelten:

$$u_{Sp}^z > u_{Sp_{p+1}}^z - \Delta, \text{ d.h. } p (\rho P_D / P_{Sp}^z)^{\beta^z} > p_{p+1} - \Delta, \text{ woraus folgt:} \\ P_{Sp}^z < \rho (p / (p_{p+1} - \Delta))^{1/\beta^z} P_D.$$

Die Alternative p ist dann aber nur $\hat{\rho}^z$ -unmerklich von den Anbietern belegt, wobei

$$\hat{\rho}^z := \rho \cdot \max \{ 1, \max_{p > p_{p+1} - \Delta} (p / (p_{p+1} - \Delta))^{1/\beta^z} (P_D / P_S^z) \}.$$

Zusammenfassend läßt sich sagen:

Die stationäre Preisstruktur im dynamischen Alternativenwahlmodell zur Standortwahl und Landnutzung ist - für große Werte des Streuparameters γ - durch ähnliche Eigenschaften charakterisiert, wie Gleichgewichtszustände im Modell von Alonso (vgl. Abschnitt 4.1 b) i-iii).

Nachfrage und Angebot konzentrieren sich in jeder Zone z auf einer oder maximal zwei benachbarten Preisstufen $\bar{p}_z$ und $\bar{\bar{p}}_z$. Aufgrund der Definition der originären Nutzen für die Nachfrager (vgl. Abschnitt 4.2) nehmen die Preise $\bar{p}_z$, $\bar{\bar{p}}_z$ mit wachsender Entfernung der Zone z vom Zentrum ab, sofern die Nachfrage nach Land genügend groß ist.

In Zonen, in denen Land ρ -merklich agrarisch genutzt wird, wird - wenn überhaupt - Land von den Nachfragern nur zum niedrigstmöglichen Preis nennenswert genutzt.

Wie wir in Korollar 4.4.2 gezeigt haben, verdrängen ökonomisch stärkere Nutzergruppen ökonomisch schwächere Gruppen aus nahe dem Zentrum gelegenen Zonen.

4.5 Numerische Untersuchung des dynamischen Alternativenwahlmodells vom Alonso - Typ: Implementierung, Ergebnisse, Interpretation

Die Systemstruktur des betrachteten Modells (vgl. Systemgraph Bild 4.2.1) gestattet eine effiziente Implementierung durch sukzessive Benutzung von wenigen variabel dimensionierten Unterprogrammen. Für jedes Subsystem fallen (evtl. mehrfach parallel) im Prinzip nur folgende nacheinander zu lösende Aufgaben an.

- 1) Bewertung der Alternativen
- 2) Berechnung der Ableitungen der Systemvariablen
- 3) Numerische Integration und Zeitschritt

Bild 4.5.1 zeigt ein Ablaufdiagramm.

Wir simulierten ein System mit $R \in \{1, 2\}$ Regionen, $Z = 4$ Zonen, $P+1 = 6$ Preisklassen und $X \in \{1, 2\}$ verhaltenshomogenen Gruppen.

Bilder 4.5.2 und 4.5.3 zeigen für den Fall $R=1$, $X=1$ den Systemzustand zu verschiedenen Zeitpunkten. Die Symbole $\circ$ bedeuten dabei Land, das zum angegebenen Preis angeboten, aber nicht nachgefragt wird. Die Symbole $\times$ stehen für befriedigte Nachfrage.

Man erkennt für $\gamma=1$ schwach (Bild 4.5.2), für $\gamma=6$ ausgeprägter die Spitzen der Verteilungen von Angebot und befriedigter Nachfrage bei den Zonen-Preis-Paaren $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,5)$, $(4,5)$, die alle auf ein und derselben Nachfragepreiskurve liegen. In der Tat sind die Daten so gewählt, daß $p_{2+k} + d_{1+k} = \text{konstant}$ ist für $k=0,1,2,3$.

Bild 4.5.4 sind die Ergebnisse einer Simulation mit zwei Regionen zu entnehmen, wobei die in Bild 4.5.4 dargestellte Region einem steten Bevölkerungsverlust ausgesetzt war.

Nachdem zu Beginn der Simulation sich ein Zustand wie in Bild 4.5.2 einzustellen scheint, bewirkt der Verlust an Nachfragern mit fortschreitender Zeit eine deutliche Verschiebung der Preis-

Einlesen des Startzustandes des Systems und
der Systemparameter; Zeit = 0.

Wiederhole

Für alle Gruppen $x = 1, \dots, X$

Für alle Regionen $r = 1, \dots, R$

Berechnung der Attraktivitäten V_r^{ox}

Für alle Regionen $r = 1, \dots, R$

Berechnung der Ableitungen P_r^{ox}

Für alle Regionen $r = 1, \dots, R$

Für alle Gruppen $x = 1, \dots, X$

Für alle Zonen $j = 1, \dots, Z_r$

Für alle Preise $p = 1, \dots, P$

Berechnung der Attraktivitäten V_{Djp}^{rx}

Für alle Zonen $j = 1, \dots, Z_r$

Für alle Preise $p = 1, \dots, P$

Berechnung der o_{Djp}^{rx} , i_{Djp}^{rx}

Für alle Zonen $j = 1, \dots, Z_r$

Für alle Preise $p = 1, \dots, P+1$

Berechnung der Attraktivitäten V_{Sp}^{rj}

Für alle Preise $p = 1, \dots, P+1$

Berechnung der Ableitungen P_{Sp}^{rj}

Zeit = Zeit + Zeitschritt

Berechnung des Systemzustandes durch numerische
Integration

ja

Endzeit erreicht

nein

STOP

Bild 4.5.1 Ablaufdiagramm zur Systemsimulation

struktur zu niedrigeren Preisen hin.

Es wurden auch Simulationen mit mehreren verhaltenshomogenen Gruppen durchgeführt. In Bild 4.5.5 ist zu erkennen, daß im stationären Zustand des Systems die Spitzen der Verteilungen von Angebot (Symbol a) und Nachfrage auf zwei Preisklassen je Zone liegen, wobei der Anteil an der Gesamtnachfrage der Gruppe mit steileren Nachfragepreiskurven (Symbol d) nahe dem Zentrum (Zonen 1,2) deutlich größer ist, als bei der anderen Gruppe (Symbol w).

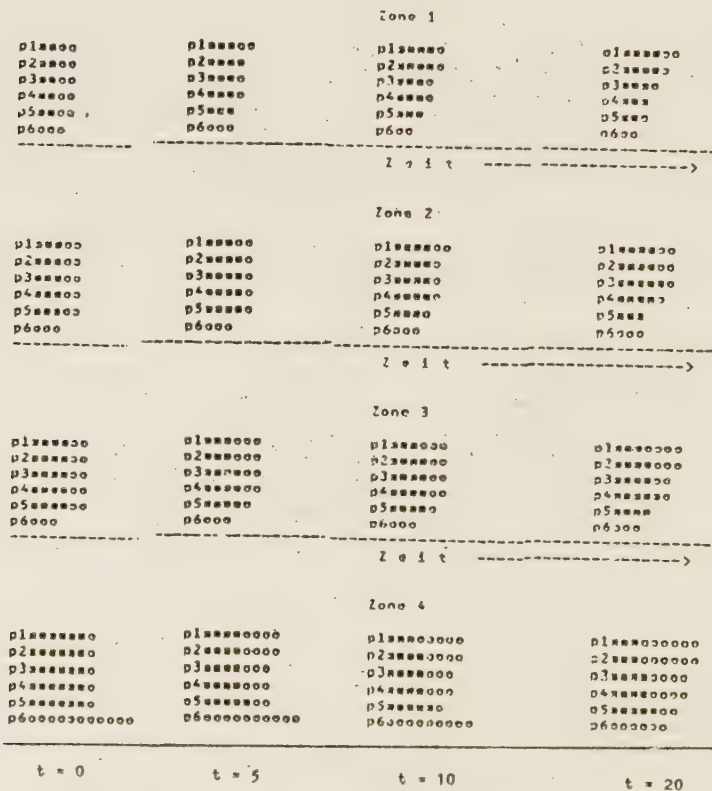


Bild 4.5.2 Systemzustände zu verschiedenen Zeiten, $\gamma = 1$, Gesamtnachfrage nach Land ist konstant

Zone 1

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4####
p5####
p6##

p1#####
p2#####
p3####
p4####
p5####
p6##

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

Zeit →

Zone 2

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

Zeit →

Zone 3

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

Zeit →

Zone 4

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

p1#####
p2#####
p3#####
p4#####
p5#####
p6#####

t=0

T=5

T=10

T=20

Bild 4.5.3 Systemzustände; $\gamma=6$,
Gesamtnachfrage nach Land ist konstant

p1####	p1####	p1####	p1####	p1###
p2####	p2####	p2####	p2####	p2####
p3####	p3####	p3####	p3####	p3####
p4####	p4####	p4####	p4####	p4####
p5####	p5####	p5####	p5####	p5####
p6####	p6####	p6####	p6####	p6####

Zeit →

Zone 2

p1####	p1####	p1####	p1####	p1###
p2####	p2####	p2####	p2####	p2####
p3####	p3####	p3####	p3####	p3####
p4####	p4####	p4####	p4####	p4####
p5####	p5####	p5####	p5####	p5####
p6####	p6####	p6####	p6####	p6####

Zeit →

Zone 3

p1#####	p1#####	p1#####	p1#####	p1###
p2#####	p2#####	p2#####	p2#####	p2####
p3#####	p3#####	p3#####	p3#####	p3####
p4#####	p4#####	p4#####	p4#####	p4####
p5#####	p5#####	p5#####	p5#####	p5####
p6#####	p6#####	p6#####	p6#####	p6####

Zeit →

Zone 4

p1#####	p1#####	p1#####	p1#####	p1###
p2#####	p2#####	p2#####	p2#####	p2####
p3#####	p3#####	p3#####	p3#####	p3####
p4#####	p4#####	p4#####	p4#####	p4####
p5#####	p5#####	p5#####	p5#####	p5####
p6#####	p6#####	p6#####	p6#####	p6####

T=0

T=5

T=10

T=20

T=30

Bild 4.5.4 Systemzustände; $\gamma=3$,
Gesamtnachfrage nach Land nimmt ab

Zeit

Zone 1					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 2					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 3					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 4					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 1					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 2					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 3					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
Zone 4					
p1	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p2	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p3	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p4	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p5	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp
p6	aaaaaa	pppppp	pppppp	pppppp	pppppp

Bild 4.5.5 Systemzustände; $\gamma=3$, zwei Nutzergruppen w,d, Gesamtnachfrage nach Land ist konstant
 Symbol a: Angebot; Symbole w,d: befriedigte Nachfrage der Nutzergruppen w,d

§ 5. ANWENDUNGSGEBIET III DES DYNAMISCHEN ALTERNATIVEN-
WAHLMODELLS: MESODYNAMIK IN DER NATIONALÖKONOMIE

5.1 Charakterisierung des mesodynamischen Alternativenwahlmodells zur Simulation ökonomischer Prozesse

Für ein (hochaggregiertes) Modell einer Volkswirtschaft betrachten wir ein System S bestehend aus $N+L+2$ ($L, N \in \mathbb{N}$) Subsystemen, die wir mit S^H , S^{HW} , $W=0, \dots, L$ und S^{Fy} , $y=1, \dots, N$ bezeichnen und wie folgt charakterisieren:

a) Ein Subsystem S^H von Haushaltungen mit dem

Subtotale P^H := Gesamtzahl der Haushaltungen in der Volkswirtschaft.

Wir nehmen an, daß das Subtotale P^H keinen Außenprozessen unterliegt.

Die Alternativenmenge $A^H := \{W_1, \dots, W_L\}$ besteht aus L Lohnklassen.

$P_W^H(t)$ bezeichnet dann die Anzahl der Haushaltungen, die zur Zeit t den Lohn W fordern (und zum Teil auch erhalten).

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d).

Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A^H und B^H , sowie Funktionen ϕ_M^H und ϕ_W^H zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.1).

b) Für jede Lohnklasse $W \in A^H$ und die Lohnklasse Null (das sind die Arbeitslosen) betrachten wir

Subsysteme S^{HW} mit

Subtotalen P^{HW} := Anzahl der Beschäftigten in Lohnklasse $W \neq 0$ bzw. der Arbeitslosen (falls $W=0$) und

Alternativenmengen $A^{HW} := \{(\text{Konsumvektor } \tilde{Q}, \text{ Einkaufspreisvektor } P)\}$.

$P_{(\tilde{Q}, P)}^{HW}(t)$ bezeichnet dann die Anzahl der Beschäftigten in Lohnklasse W (Arbeitslosen, falls $W=0$), die zur Zeit t zu den Preisen P die Mengen $\tilde{Q}$ konsumieren.

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d).

Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A^{HW} und B^{HW} , sowie Funktionen ϕ_M^{HW} und $\phi_{(\tilde{Q}, P)}^{HW}$ zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.1).

Die Subsysteme S^{HW} unterliegen einem Außenprozess, der aufgrund der Änderung der Nachfrage nach Arbeit zum Lohn W , $\dot{D}^F(W)$, durch die Unternehmer gegeben ist:

$$\dot{P}^{HW} := \dot{D}^F(W), \text{ falls } W \in A^H, \quad \dot{P}^{HO} := - \sum_{W \in A^H} \dot{D}^F(W).$$

Diese Änderungen sind mittels (empirisch zu bestimmender) Aufteilungsfaktoren ${}^1S_{(Q,P)}^{HW}$ auf die Alternativen aufzuteilen. Beispiele für Aufteilungsfaktoren gaben wir in (4.2.3) und (4.2.5) an.

Ein Beispiel für einen weiteren Außenprozeß ist etwa die aus der Berücksichtigung der Altersstruktur der Haushaltungen entstehende Änderung der Anzahl der Arbeitskräfte in einer Altersklasse.

c) Wir betrachten schließlich noch N

Subsysteme S^{Fy} ($y=1, \dots, N$) mit

Subtotalen $P^{Fy} :=$ Anzahl der Produzenten des Produktionssektors y .

wir nehmen an, daß die Subtotalen P^{Fy} keinen Außenprozessen unterliegen.

Die Alternativenmengen sind: $A^{Fy} := \{(\text{Angebotsmenge } Q^y, \text{ Angebotspreis } P^y, \text{ Einkaufspreisvektor } C)\}$.

$P_{(Q^y, P^y, C)}^{Fy}(t)$ bezeichnet also die Anzahl der Firmen des Produktionssektors y , die zur Zeit t die Menge Q^y zum Verkauf anbieten, dafür einen Preis P^y verlangen und gleichzeitig die zur Herstellung des Gutes y nötigen Inputmengen zu den Preisen C einkaufen.

Zur Definition der Attraktivitäten verweisen wir auf d).

Für die dynamischen Gleichgewichtsgesetze sind noch stochastische Matrizen A^{Fy} und B^{Fy} , sowie Funktionen $\phi_{M(Q^y, P^y, C)}^{Fy}$ und $\phi_{(Q^y, P^y, C)}^{Fy}$ zu spezifizieren (vgl. Abschnitt 2.1).

5.2 Spezifikation der Nutzenfunktionen

Bevor wir die Nutzenfunktionen für das System S spezifizieren, leiten wir noch einige dafür relevante Zustandsgrößen ab.

Dazu machen wir zwei Vorbemerkungen über die Firmenstruktur:

- a) In jedem Produktionssektor wird ein einziges Gut hergestellt, durch das der Sektor identifizierbar ist.
- b) In jedem Firmensektor werde nur eine Technologie benutzt.
Es bezeichne $T^Y(Q)$ den zur Realisierung der Outputmenge Q benötigten Inputvektor ($T^Y(Q) = (T_1^Y(Q), \dots, T_N^Y(Q), T_L^Y(Q))$).

Wir können nun folgende Größen einführen:

$S^Y(P)$:= Gesamtangebot an Gut y der Firmen F_y zum Preise P:

$$S^Y(P) = \sum_{Q, C} P_{(Q, P, C)}^{F_y} Q \quad ;$$

$D^{Hy}(P)$:= Gesamtkonsum des Gutes y durch die Haushalte zum Preis P:

$$D^{Hy}(P) = \sum_{\tilde{Q}, W} P_{(\tilde{Q}, P)}^{HW} \tilde{Q}_y \quad ;$$

$D^{Fy}(P)$:= Gesamteinsatz des Gutes y durch die Unternehmungen, zum Preis P erworben:

$$D^{Fy}(P) = \sum_{z=1}^N \sum_{\substack{Q, \tilde{P}, \\ C \text{ mit Gut-} \\ \text{komponente } y \\ \text{gleich } P}} P_{(Q, \tilde{P}, C)}^{Fz} T_y^z(Q) \quad ;$$

$D^Y(P)$:= befriedigte Gesamtnachfrage nach dem Gut y zum Preis P:

$$D^Y(P) = D^{Fy}(P) + D^{Hy}(P) \quad ;$$

$D^F(W)$:= Gesamteinsatz von Arbeit der Lohnstufe W durch die Firmen

$$D^F(W) = \sum_{y=1}^N \sum_{\substack{Q, P, \\ C \text{ mit Lohn-} \\ \text{komponente} \\ \text{gleich } W}} P^{Fy} (Q, P, C) T_L^y(Q) ;$$

$WNET$:= Lohn Einkommen der Beschäftigten in Lohngruppe W nach Transferzahlungen zur Finanzierung der Arbeitslosen

$$WNET = W \cdot (1 - TRANS),$$

wobei

$TRANS$:= Transferrate zur Finanzierung der Arbeitslosen.

Mit diesen Definitionen stellen wir nun die Nutzenfunktionen der Subsysteme S^H , S^{HW} und S^{Fy} zusammen.

Wir interpretieren die Nutzenfunktionen im nächsten Abschnitt.

(a) Subsystem S^H :

$$u_W^H := W(D^F(W)/P_W^H)^{\beta^H}, \quad (\beta^H > 0 \text{ ist ein Parameter}).$$

(b) Subsysteme S^{HW} :

$$u_{(\tilde{Q}, P)}^{HW} := \begin{cases} U(\tilde{Q}) - \sum_{y=1}^N PE(D^y(P)/S^y(P)) & , \text{ falls} \\ P\tilde{Q} \leq WNET + NW \\ -\infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei sind

U : (klassischer) Nutzen der Menge $\tilde{Q}$ (siehe etwa Debreu(23));

NW : Nicht-Lohneinkommen,

$WNET$: Lohneinkommen nach Transferzahlungen,

PE : Strafkosten bei zu großer Nachfrage (vgl. Abschn. 4.2).

(c) Subsysteme S^{Fy} :

$$u_{(Q,P,C)}^{Fy} := PQ(D^y(P)/S^y(P))^{\beta^{Fy}} - \psi^y(Q) - \text{FIX}^y - \\ (C + (PE(D^j(P)/S^j(P)))_{j=1,\dots,N}, PE(D(W)/P_W^H)^T T^y(Q).$$

Dabei sind :

C : Inputpreisvektor

$\beta^{Fy} > 0$: ein Parameter,

ψ^y : "Produktivitätskosten",

FIX^y : Fixkosten.

$(PE(D^j(P)/S^j(P)))_{j=1,\dots,N}, PE(D(W)/P_W^H)^T T^y(Q)$ ist eine mit den Komponenten des Technologievektors $T^y(Q)$ gewichtete Summe von Strafkosten.

Wir wollen an dieser Stelle einige Bezeichnungen einführen, die wir in den folgenden Abschnitten häufiger verwenden.

Bezeichnungen 5.2.1 Wir nennen PQ den *Verkaufserlös*, oder (im Hinblick auf die graphische Darstellung des Verkaufserlöses in Abhängigkeit von der produzierten Menge) die *Erlösgerade*, $C^T T^y(Q)$ die *Inputkosten* sowie $\text{FIX}^y + \psi^y(Q) + C^T T^y(Q)$ die *Gesamtkosten* bei Realisierung der Alternative (Q, P, C) .

Wir bezeichnen den durch den Nachfragekoeffizienten modifizierten Verkaufserlös, $PQ(D^y(P)/S^y(P))^{\beta^y}$, als *erwarteten Verkaufserlös* oder *erwartete Erlösgerade*.

5.3 Bemerkungen und Interpretation

In Anlehnung an das Marshall'sche Konzept der repräsentativen Wirtschaftseinheit unterstellen wir innerhalb der verschiedenen Subpopulationen unseres Modells Verhaltenshomogenität, die sich formal in der Wahl einer für die ganze Subpopulation gültigen Nutzenfunktion ausdrückt.

Im System S^H werden die Lohnforderungen der Haushalte modelliert. Dabei wird den Haushalten eine gewichtete Bewertung ihrer Alternativen (den Lohnklassen) nach den Gesichtspunkten "Lohnhöhe" und "augenblicklicher Beschäftigungsgrad" unterstellt. Wir tragen dabei dem Gedanken Rechnung, daß ein hoher Lohnsatz nur bei einer angemessenen Beschäftigungswahrscheinlichkeit einem niedrigeren Lohnsatz vorgezogen wird.

Der Parameter β^H steuert die Stärke, mit der der Beschäftigungsgrad bei der Bewertung einer Lohnklasse berücksichtigt wird.

Im Extremfall $\beta^H \approx 0$ wird z.B., unabhängig vom Beschäftigungsgrad, immer die höhere gegenüber der niedrigeren Lohnstufe bevorzugt.

Ähnlich wie beim Standortwahl- und Landnutzungsproblem (vgl. Abschn. 4.2) unterstellen wir nicht, daß die Haushalte die vollständige Information darüber besitzen, wie groß die Nachfrage und das Angebot auf dem Arbeitsmarkt aktuell sind. Wir nehmen vielmehr an, daß die von den Haushalten (im Mittel) erlebte und auch erwartete Beschäftigungssituation eine Funktion von $D(W)/P_W^H$ ist, die wir mit $(D(W)/P_W^H)^{\beta^H}$ ansetzen.

In den Systemen S^{HW} werden die Alternativen (Konsummenge, Einkaufspreis) zunächst grundsätzlich einmal danach bewertet, ob die Budgetrestriktion $P\tilde{Q} \leq WNET + NW$ erfüllt ist oder nicht. Das Einkommen der Haushalte setzt sich aus Lohneinkommen $WNET$ und Nicht-Lohneinkommen NW zusammen. Im Nichtlohn-einkommen werden sowohl Einkünfte aus Gewinnanteilen, die durch Beteiligung an Unternehmen entstehen (ähnlich wie beim bekannten Arrow-Debreu-Modell (Nikaido(22))), zusammengefaßt als auch sonstige äußere Einkünfte.

Alternativen, die einkommensmäßig nicht realisierbar sind, werden sehr niedrig bewertet.

"Einkommenszulässige" Alternativen werden dann nach zwei Gesichtspunkten bewertet. Diese sind

a) Der (klassische) Nutzen der Konsummenge.

Wir verwenden dafür eine Nutzenfunktion, deren Charakteristika z.B. in Debreu(23) oder Intriligator(45) beschrieben sind.

b) Eventuelle Strafkosten, die entstehen, falls bei einem oder mehreren der Konsumgüter zum betrachteten Preis starke Nachfrage herrscht. Die Strafkosten sind als Mehraufwendungen interpretierbar, die bei der Realisierung solcher Alternativen erforderlich werden, bei denen aktuell Angebotsmangel herrscht.

Läßt man die Strafkosten außer acht, bedeutet dies, daß die Haushalte in Lohngruppe W unter den im Sinne der Budgetrestriktion zulässigen Konsumplänen diejenigen mit größtem (klassischen) Nutzen am besten bewerten.

Die Bewertung der Alternativen $(Q, P, C) \in A^{FY}$ der Produktions-sektoren orientiert sich (abgesehen von den Strafkosten, die so wie die Strafkosten der Haushalte interpretierbar sind) an dem bei der Realisierung von (Q, P, C) aktuell zu erwartenden Gewinn. Dieser setzt sich zusammen aus negativ zu nehmenden Produktionskosten, wie sie bei Realisierung der Alternative entstehen, und aus dem zu erwartenden Verkaufserlös. Als Ausdruck für diesen setzen wir PQ an - den Erlös bei vollständigem Absatz der Produktion Q zum Preis P - multipliziert mit dem Nachfragekoeffizienten $(D^Y(P)/S^Y(Q))^{\beta_Y}$, der die Einschätzung der aktuellen Absatzsituation durch den Produzenten y widerspiegelt.

Ähnlich wie bei den Haushalten und wie im weiter oben behandelten Standort- und Flächennutzungsmodell unterstellen wir mit der Verwendung des Nachfragekoeffizienten nicht, daß die Produzenten $D^Y(P)$ und $S^Y(P)$ kennen. Unser Ansatz unterstellt lediglich, daß die von den Produzenten (im Mittel) erlebte und auch erwartete Absatzsituation eine Funktion von $D^Y(P)/S^Y(P)$ ist, die wir mit $(D^Y(P)/S^Y(P))^{\beta_Y}$ ansetzen.

Ähnlich wie im Subsystem S^H steuern auch hier die β^V das Ausmaß der Berücksichtigung der Absatzsituation und somit die Flexibilität der Produzenten im Hinblick auf die aktuelle Nachfrage.

Unser Ansatz für den erwarteten Gewinn unterscheidet sich also von dem gängigen Ansatz für den Gewinn - wie man ihn z.B. bei Böhler(13) nachlesen kann - nur durch den relativen Nachfragekoeffizienten beim üblichen Verkaufserlös PQ , während der Ausdruck $c := \psi(Q) + \text{FIX} + c^T T(Q)$ für die Gesamtkosten unverändert übernommen ist.

Das Gewinnmaximum ist bei uns als die maximale Differenz von erwartetem Verkaufserlös und Gesamtkosten definiert.

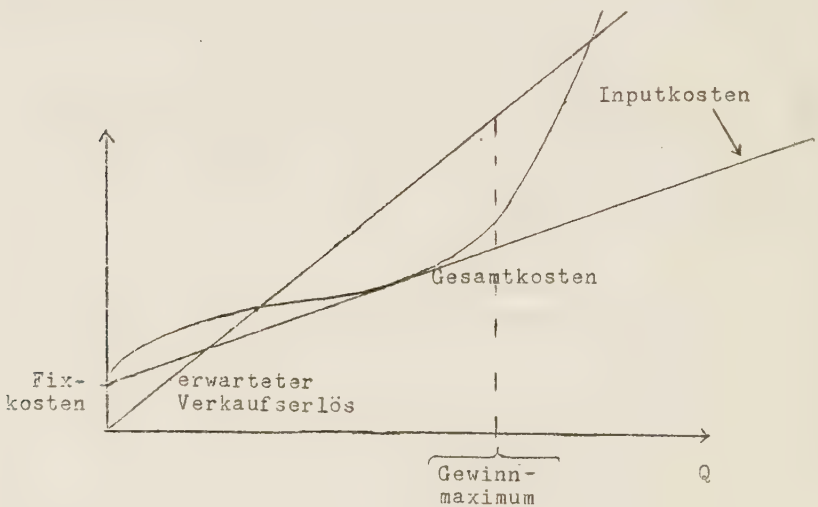


Bild 5.3.1 Kosten und Erlös der Produzenten

Für den Firmengewinn erhält man somit eine Kurve wie in Bild 5.3.2.

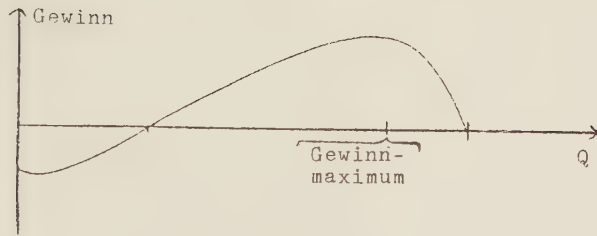


Bild 5.3.2 Gewinn der Produzenten

5.4 Simulation ökonomischer Prozesse

Wir untersuchen nun Eigenschaften des dynamischen Alternativenwahlmodells anhand dreier Themenbereiche: Nachfrageanstieg, Nachfragerückgang und Inflation.

Wir arbeiten mit einem Modell einer Volkswirtschaft, das stark passiv ist, und für das die Funktionen Φ aus den dynamischen Gleichgewichtsgesetzen alle antiton sind.

Wir können also davon ausgehen, daß sich das System nicht in einem stationären Zustand befindet, solange noch Attraktivitätsunterschiede vorliegen und daß die attraktivsten Alternativen in den Subsystemen bevorzugt gewählt werden (siehe Abschn. 2.2, 3.6)

5.4.1 Preisrückgang bei Nachfrageanstieg

Zur Simulation eines Nachfrageanstiegs betrachten wir ein System mit nur einem Produktionssektor, und dessen Zustand zur Zeit $t=0$ folgende Eigenschaften aufweist:

Die Subtotalen aller Subsysteme sind über die jeweiligen Alternativenmengen gleichverteilt.

Es herrscht ein genügend großes Angebot am Gütermarkt vor:

Wir nehmen an, daß die Nachfragekoeffizienten für alle Preise kleiner als eins sind und - zur Vereinfachung der Überlegungen - alle gleich.

Wir initialisieren einen Nachfrageanstieg durch eine schockartige Erhöhung der Einkommen der Haushalte.

In Bild 5.4.1 liegen die für die Haushaltungen neu zulässigen Alternativen in dem schraffierten Bereich der $\bar{Q}P$ -Ebene.

Da die Indifferenzkurven des (klassischen) Nutzens parallel zur P -Achse verlaufen, weisen die im schraffierten Bereich rechts unten liegenden Alternativen den größten (klassischen) Nutzen auf, aber auch den größten Nutzen im Sinne der Nutzenfunktion $u_{(\bar{Q},P)}^{HW}$ aus Abschnitt 5.2. Es kommen nämlich im Anfangszeitpunkt $t=0$ keine Strafkosten PE zum tragen, da - nach Annahme - im Anfangszeitpunkt auf allen Preisniveaus Überschußangebot herrscht.

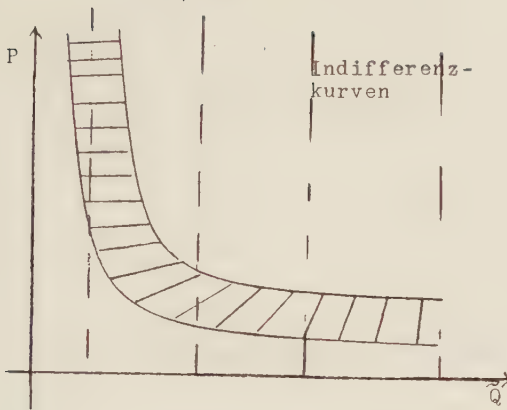


Bild 5.4.1 Mengen-Preis-Ebene der Haushaltungen

Es wandern nun Haushaltungen zu den neu zulässigen Alternativen ab, und zwar am stärksten zu den rechts unten im schraffierten Bereich aus Bild 5.4.1 liegenden. Das bedeutet, daß die Nachfrage zu den niedrigeren Preisen stärker steigt als zu den höheren (umso mehr, als nicht nur mehr Haushaltungen zu den niedrigeren Preisen hinwandern, sondern die dort je Haushalt nachgefragten Mengen auch noch größer sind als bei den höheren Preisen).

Für zwei Preise $P^1 > P^2$ erhält man also:

$$(5.4.1) \quad \dot{D}(P^1) < \dot{D}(P^2).$$

Wir betrachten nun die Bewertung zweier Alternativen eines Produzenten, die sich nur im Preis $P^1 > P^2$ für das zu produzierende Gut unterscheiden.

Wir unterdrücken den Index y , der das Gut charakterisiert und erhalten:

$$(5.4.2) \quad u_{(Q,P^j,C)}^F = -C^T T(Q) - \Psi(Q) - \text{FIX} + P^j Q (D(P^j) / (S(P^j)))^{\beta^F}$$

für $j=1,2$.

Aufgrund gleicher Nachfragekoeffizienten für beide Preise gilt zu Beginn der Simulation:

$$(5.4.3) \quad u_{(Q,P^1,C)}^F > u_{(Q,P^2,C)}^F.$$

und das Angebot zum Preis P^1 bzw. P^2 verändert sich unter Befolgung der Ungleichung

$$(5.4.4) \quad \dot{S}(P^1) > \dot{S}(P^2).$$

Daraus resultiert, daß $D(P^1)/S(P^1)$ langsamer wächst als $D(P^2)/S(P^2)$ oder sogar fällt, während $D(P^2)/S(P^2)$ wächst.

Dies bedeutet aber, daß für genügend großes β^F (d.h. bei genügend starker Bereitschaft der Firmen, der Nachfrage zu folgen bzw. Nachfragemangel auszuweichen) die Relation 5.4.3 zu einem Zeitpunkt $t_1 > 0$ umgekehrt wird.

Die Produzenten bewerten dann aber den niedrigeren Preis P^2 günstiger als P^1 , was sie veranlaßt, ihr Angebot zum Preis P^2 stärker zu erhöhen als zum Preis P^1 oder sogar das Angebot zum Preis P^1 zu senken.

Dies hat zur Folge, daß der mittlere Angebotspreis sinkt.

Die Bilder 5.4.2a,b zeigen Simulationsergebnisse mit einem Modell, das die am Anfang des Abschnitts getroffenen Voraussetzungen erfüllt.

Zu Beginn der Simulation steigt der mittlere Angebotspreis leicht an, was aufgrund von (5.4.3) zu erwarten war.

Bis zum Zeitpunkt t_1 war RNK^2 (der relative Nachfragekoeffizient beim Preis P^2) bis auf den Wert 1 gewachsen, d.h. beim niedrigeren Preis P^2 stimmten Nachfrage und Angebot überein. Außerdem war RNK^1 so stark gefallen, daß die Produzenten den (niedrigeren) Preis P^2 günstiger bewerteten als P^1 . Die Folge war der Rückgang des mittleren Angebotspreises ab dem Zeitpunkt t_1 .

Der erneute Anstieg des mittleren Angebotspreises ab dem Zeitpunkt t_2 läßt sich so erklären:

Aufgrund des Verlaufs der Gesamtkostenkurve der Produzenten (vgl.

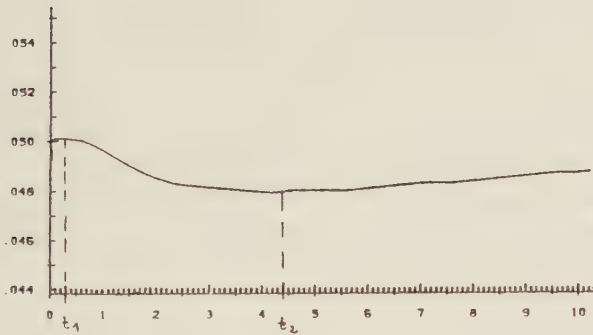


Bild 5.4.2a Mittlerer Preis, den die Produzenten bei einem Nachfrageanstieg für ihr Gut fordern

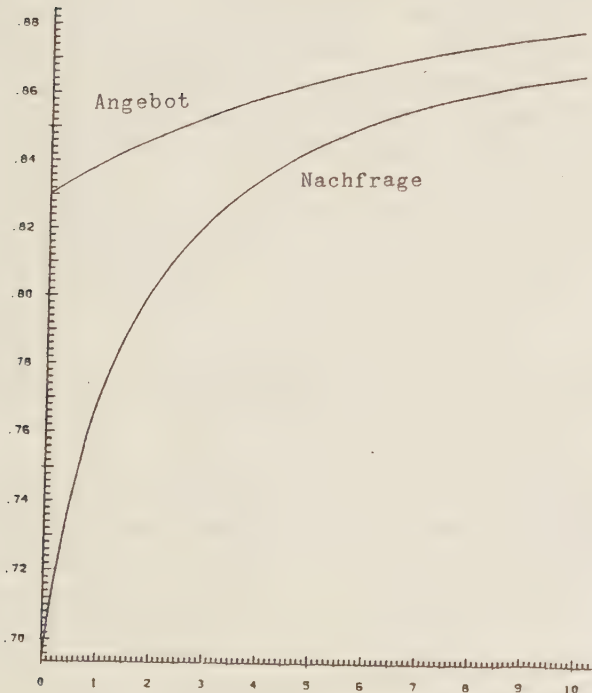


Bild 5.4.2b Gesamtnachfrage und Gesamtangebot

Bild 5.3.1) liegt das Gewinnmaximum bezüglich des niedrigeren Preises P^2 , $Q_{P^2}^*$, links vom Betriebsoptimum bezüglich des höheren Preises P^1 , $Q_{P^1}^*$ (wenn bei diesem Preis Angebot und Nachfrage übereinstimmen). Da $RNK^2 \approx 1$, bewerten die Produzenten (bei festen Inputkosten) beim Preis P^2 die Menge $Q_{P^2}^*$ am höchsten, sind also nur bis zur Menge $Q_{P^2}^*$ bereit, der (steigenden) Nachfrage beim Preis P^2 zu folgen.

Ein anhaltender Nachfrageanstieg, der sich nicht durch die (vorwiegend von den Produzenten gewählte) Menge $Q_{P^2}^*$ befriedigen läßt, führt dazu, daß für die Haushalte, wenn sie ihre Nachfrage über $Q_{P^2}^*$ hinaus beim Preis P^2 befriedigen, Strafkosten beim Preis P^2 entstehen. Beim Preis P^1 liegen (wegen des niedrigen RNK^1) keine Strafkosten für die Nachfrager vor.

Wegen der in der Preis-Mengen-Ebene senkrecht verlaufenden Indifferenzkurven des (klassischen) Nutzens (siehe Bild 5.4.1) werden Alternativen (Q, P^1) , sofern sie zulässig sind, dann, wenn beim Preis P^2 Strafkosten vorliegen, von den Nachfragern besser bewertet als Alternativen (Q, P^2) . Dies führt sodann zu einer verstärkten Nachfrage beim Preis P^1 und damit zu einer Erhöhung des RNK^1 . Wächst RNK^1 so stark, daß die Produzenten den (höheren) Preis P^1 besser bewerten als P^2 , wandern sie zu P^1 hin ab. Dies hat zur Folge, daß der mittlere Angebotspreis wieder steigt.

Bei weiteren Simulationen, bei denen wir den Anfangswert der relativen Nachfragekoeffizienten größer wählten, wurden sowohl Dauer als auch Intensität des Rückgangs des mittleren Angebotspreises kleiner.

In Neumann(30) werden empirische Untersuchungen von Mitchell(32) und Hultgren(33) erwähnt, die zu Ergebnissen führten, die den oben berichteten Simulationsergebnissen ähnlich sind.

Mitchel(32) und Hultgren(33) beobachteten, daß sich nach einer Rezession in der ersten Phase des Anstiegs der Nachfrage nach Gütern Produktion und Preisentwicklung häufig gegenläufig bewegten: Die Produktion stieg, während gleichzeitig die Preise sanken.

5.4.2 Nachfragerückgang und Strukturwandel

In diesem Abschnitt untersuchen wir das Verhalten der Produzenten in unserem Modell einer Volkswirtschaft bei einem Nachfragerückgang.

Wir betrachten ein System mit zwei Produktionssektoren und charakterisieren den Systemzustand zu Simulationsbeginn wie folgt:

Die Alternativenmenge im System S^H bestehe aus nur einer Lohnklasse. Wir setzen also voraus, daß die Löhne während der Simulation konstant bleiben. Es liegen also nur zwei Subsysteme S^{HW} vor, nämlich das der Beschäftigten und das der Arbeitslosen.

In jedem Subsystem S^{HW} seien die Haushaltungen gleichmäßig über die Alternativen, die bei einem etwas höheren als dem tatsächlich vorliegenden Einkommen zulässig wären, verteilt. (Diese Situation könnte durch einen schockartigen Einkommensrückgang entstanden sein.) Die einkommensmäßig unzulässigen Haushalte sind also gezwungen zu anderen, und zwar zulässigen Alternativen abzuwandern.

Für die beiden Produktionssektoren setzen wir voraus, daß bei den niedrigen Preisen kein Überschußangebot vorliegt.

Dann können die im Anfangszeitpunkt budgetmäßig unzulässigen Haushaltungen im wesentlichen nur zulässig werden, indem sie auf ihrem aktuellen Preisniveau ihre Konsummenge reduzieren. Dies ist der Nachfragerückgang, der analysiert und simuliert werden soll.

Die beiden Produktionssektoren unterscheiden sich im Anfangszeitpunkt vor allem dadurch, daß die Unternehmer des Sektors 1 bei allen Preisen erkennbar näher am Gewinnmaximum operieren als die Unternehmer des Sektors 2, so wie in Bild 5.4.5 angedeutet:

Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß für beide Produktionssektoren die gleichen Gesamtkosten vorliegen. Die Angebotsmenge von Produktionssektor 1 sei um Q^1 konzentriert, die von Produktionssektor 2 um den weiter vom Gewinnmaximum entfernten Güterausstoß Q^2 .

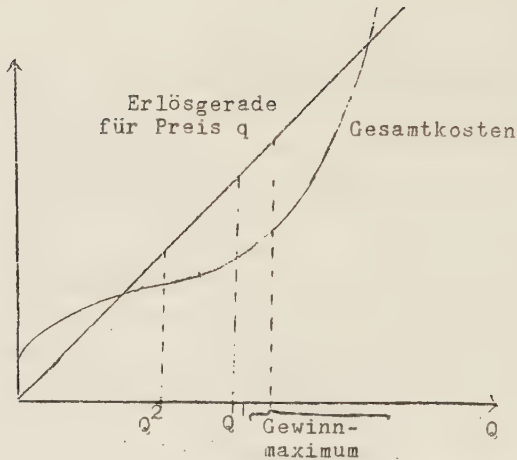


Bild 5.4.5 Kosten und Erlöse für die Produktionssektoren 1 und 2

Wir betrachten einen beliebigen Preis q .

Ein Nachfragerückgang bewirkt, daß aufgrund des Nachfragekoeffizienten $(D^1(q)/S^1(q))^{\beta^F}$ bei $\beta^F > 0$ und konstantem oder steigendem Angebot $S^1(q)$ die Steigung der erwarteten Erlösgeraden abnimmt. Dies verursacht eine Verschiebung des Gewinnmaximums nach links. Ist diese Verschiebung so groß, daß das Gewinnmaximum links von Q^1 liegt, bewertet dann Produktionssektor 1 einen geringeren Output als Q^1 günstiger als den aktuellen Output Q^1 , was dazu führt, daß das Güterangebot zum Preis q , $S^1(q)$, abnimmt.

Anders liegen die Dinge im zweiten Produktionssektor. Da die Produzenten dort in Q^2 weit links vom Gewinnmaximum operieren, bewerten sie eine höhere Produktionsmenge Q günstiger als Q^2 , steigern also ihren Güterausstoß. Nur wenn eine sehr starke Verschiebung des Gewinnmaximums nach links eintritt (was durch eine sehr starke Abnahme des Nachfragekoeffizienten verursacht wird), veranlaßt das die Produzenten des zweiten Sektors, ihren aktuellen Güterausstoß niedriger zu bewerten als einen geringeren Ausstoß, und damit das Güterangebot zu senken.

Da, wie oben beschrieben, die Güternachfrage auf allen Preisniveaus abnimmt, fallen im Sektor 2, solange das Güterangebot steigt, die Nachfragekoeffizienten.

Kleine Nachfragekoeffizienten sind gleichbedeutend mit einem Überschußangebot.

Unter allen Preisen, bei denen Überschußangebot herrscht, bewerten die Haushalte den niedrigsten Preis am besten.

Bei niedrigen Preisen sind nämlich für die Haushalte größere Mengen zulässig als bei hohen Preisen. Da der Grenznutzen der Haushalte aber überall positiv ist, wandern die Haushalte zu niedrigen Güterpreisen ab.

Die Nachfragekoeffizienten sinken also nicht für alle Preise gleich stark, sondern für die höheren Preise stärker als für die niedrigen Preise. Sobald dies dazu führt, daß der erwartete Erlös im Produktionssektor 2 bei niedrigen Preisen größer ist als bei hohen Preisen, bewerten die Produzenten dort die niedrigen Preise besser als die hohen Preise, und dann sinkt der mittlere Angebotspreis.

Ähnlich wie für den Produktionssektor 2 läßt sich auch für den ersten Sektor argumentieren. Dort mindert jedoch die Zurücknahme der Produktionsmenge auf allen Preisniveaus die Abnahme der Nachfragekoeffizienten, was eine geringere Abnahme des mittleren Angebotspreises für die Güter dieses Sektors im Vergleich zum Sektor 2 erwarten läßt.

In Anlehnung an Neumann(30), der Verhaltensweisen von Produzenten einer Volkswirtschaft untersucht, die den oben beschriebenen Verhaltensweisen ähnlich sind, bezeichnen wir Sektor 1 als adaptiv, Sektor 2 als aggressiv. Neumann(30) berichtet auch von empirischen Ergebnissen von Means(34), der für die Zeit von 1929 bis 1933 auf dem amerikanischen Markt für verschiedene Produktionssektoren feststellte, daß starke Preissenkungen mit schwachen Produktionsabnahmen und umgekehrt auch schwache Preissenkungen mit starken Produktionsrückgängen einhergingen.

Die Bilder 5.4.6 bis 5.4.10 zeigen die Ergebnisse einer mit Hilfe des Computers durchgeführten Simulation zum aggressiven bzw. adaptiven Unternehmensverhalten.

In den Bildern 5.4.6 und 5.4.7 ist das unterschiedliche Güterangebotsverhalten der beiden Produktionssektoren erkennbar.

Während der aggressive Sektor trotz sinkender Nachfrage (Bild 5.4.9) sein Angebot ausdehnt, reduziert der adaptive Sektor sofort seine Produktion bei zurückgehender Güternachfrage. (Bild 5.4.8). Die Preissenkung ist beim aggressiven Sektor stärker ausgeprägt als beim adaptiven Sektor (Bild 5.4.10).

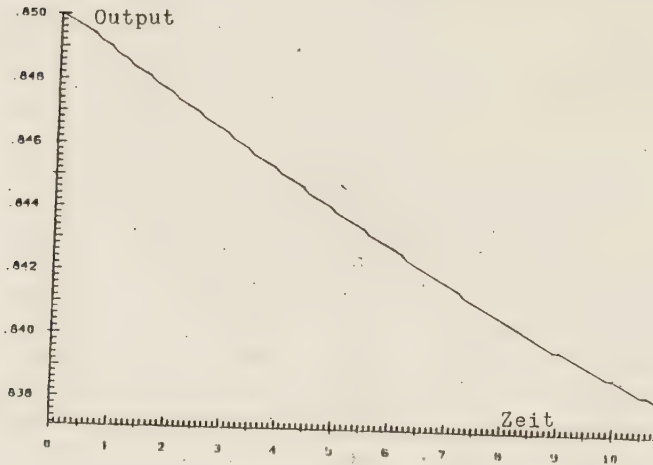


Bild 5.4.6 Angebotsrückgang im adaptiven Produktionssektor 1

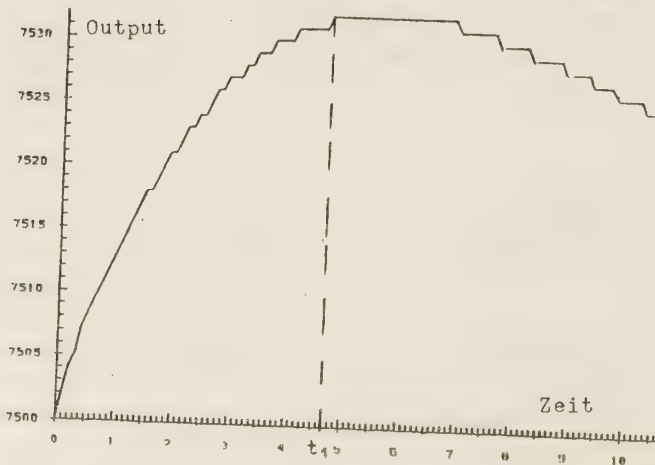


Bild 5.4.7 Angebotszunahme im aggressiven Produktionssektor 2 für $t < t_1$

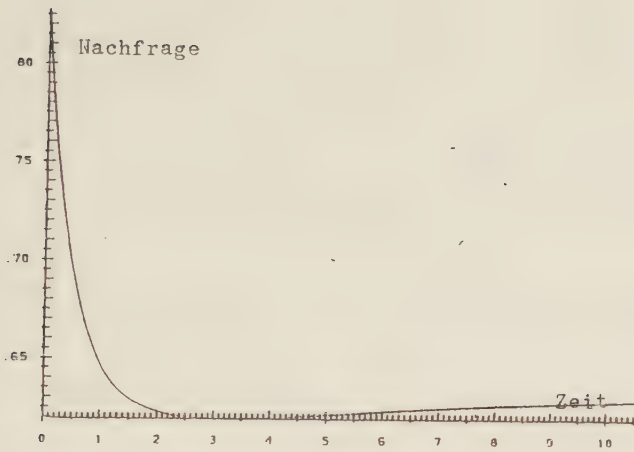


Bild 5.4.8 Nachfrage nach dem Gut des Sektors 1

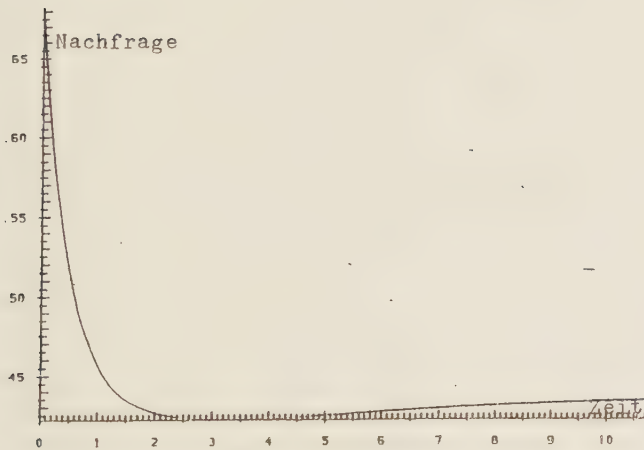


Bild 5.4.9 Nachfrage nach dem Gut des Sektors 2

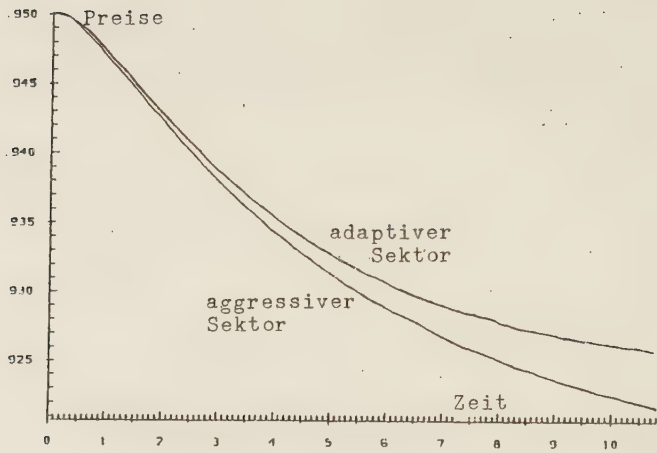


Bild 5.4.10 Mittlere Preise, zu denen in
den Sektoren 1 und 2 die
Güter angeboten werden

5.4.3 Inflation und Phillipskurven

In diesem Abschnitt untersuchen wir mit Hilfe eines dynamischen Alternativenwahlmodells den Zusammenhang zwischen Inflationsrate und Arbeitslosenquote.

In Anlehnung an empirische Untersuchungen von Phillips(56) wird die graphische Darstellung der Inflationsrate in Abhängigkeit von der Arbeitslosenquote in der Literatur häufig als Phillipskurve bezeichnet.

Wir setzen zum Zeitpunkt $t=0$ einen Systemzustand voraus, bei dem die Subtotalen aller Subsysteme über die jeweiligen Alternativmengen gleichverteilt sind. Außerdem seien alle Nachfragekoeffizienten untereinander gleich und zwar kleiner als eins. Für unsere Berechnungen nehmen wir eine Arbeitslosenquote von ca. zehn Prozent zu Simulationsbeginn an. Unser Hauptinteresse gilt dem Systemverhalten nach einer "Startphase", die gekennzeichnet ist durch ein Überschußangebot sowohl auf dem Güter- wie auf dem Arbeitsmarkt, und zwar jeweils bei den niedrigsten Preisen und Löhnen.

Die Arbeitslosenquote $\bar{a}(t)$ zum Zeitpunkt t berechnet sich zu

$$(5.4.3) \quad \bar{a}(t) = (p^I(t) - \sum_{W \in A^H} D^F(W)(t)) / p^H(t)$$

Wir unterscheiden Preis- und Lohninflationsraten und wollen darunter die relativen Änderungen der mittleren Güterpreise bzw. des mittleren Lohnes verstehen, die jeweils aktuell bezahlt werden:

$$(5.4.4) \quad i^y(t) = (\sum_{q \in P_y} \dot{D}^y(q)q) / \sum_{q \in P_y} D^y(q)q,$$

wobei $P_y :=$ Menge aller Preise für das Gut y , $y=1, \dots, N$,
und

$$(5.4.5) \quad i^L(t) = (\sum_{W \in A^H} \dot{D}^F(W)W) / \sum_{W \in A^H} D^F(W)W.$$

Wir wollen zunächst Ursachen für Veränderungen von Arbeitslosenquote und Inflationsraten betrachten.

Da das System S^H nur Binnenprozessen unterliegt (vgl. Abschnitt 5.1), erhält man durch Differentiation von (5.4.3) nach der Zeit:

$$(5.4.6) \quad \dot{\bar{e}}(t) > 0 \Leftrightarrow \sum_{W \in A} \dot{H}^F(W) < 0.$$

Die Arbeitslosigkeit nimmt also genau dann zu (ab), wenn die Gesamtnachfrage nach Arbeit ab-(zu-)nimmt. Zur Vereinfachung unterstellen wir, daß das System S nur einen Produktionssektor enthält. Unter der Voraussetzung einer isotonen Technologie nimmt dann die Nachfrage nach Arbeit genau dann zu (ab), wenn die Produktionsmenge zu-(ab-)nimmt. Dies läßt sich ausdrücken durch

$$(5.4.7) \quad \dot{\bar{e}}(t) > 0 \Leftrightarrow \sum_P \dot{S}^F(P) < 0 \Leftrightarrow \sum_{Q,C} (\sum_P \dot{P}^F(Q,P,C)) Q < 0;$$

(der Index y für den Produktionssektor wurde weggelassen).

Setzen wir auch für den Produktionssektor nur Binnenprozesse voraus, so bedeutet also eine Zunahme der Arbeitslosigkeit eine Verschiebung der mittleren Produktionsmenge des Produktionssektors zu geringerem Ausstoß hin und umgekehrt. Da wegen der in Abschnitt 5.2 (c) definierten Nutzenfunktion der Produzenten Alternativen, die dem Gewinnmaximum entsprechen, am besten bewertet werden, liegt eine Ursache der Verschiebung der mittleren Produktionsmenge in der Verschiebung des Betriebsoptimums. Dieses bewegt sich nach links für fallende modifizierte Preise $P(D(P)/S(P))^{B^F}$.

Eine weitere Ursache besteht in der Verknappung von Inputgütern bzw. Arbeitskräften zu niedrigen Preisen bzw. Löhnen. Produ-

zenten, die Alternativen gewählt haben, für die eine solche Verknappung eintritt, bewerten eine niedrige Produktionsmenge besser als eine hohe Produktionsmenge, da für eine hohe Produktionsmenge eine größere Inputmenge knapper Güter von Nöten ist, als für eine niedrige Produktionsmenge.

Durch eine mehr oder weniger starke Verknappung des Angebots an Gütern bzw. Arbeitsleistung zu niedrigen Preisen bzw. Löhnen wird auch die Höhe der Preis- bzw. Lohninflationsrate beeinflusst.

Wir betrachten zunächst den Zusammenhang zwischen der Lohninflation und dem Verhalten der Haushalte.

Diese orientieren ihre Lohnforderungen neben der Lohnhöhe W an der "Beschäftigungswahrscheinlichkeit" $(D^F(W)/P_W^H)^{\beta^H}$ bei Lohn W . Für $0 < \beta^H < 1$ halten die Haushalte in verstärkterem Maße - unabhängig von der Beschäftigungswahrscheinlichkeit - an höheren Lohnforderungen fest als für $0 < \beta^H \leq 1$.

Kleine Werte von β^H haben also eine verstärkte Verknappung des Arbeitsangebots zu niedrigen Löhnen zur Folge und lassen eine Erhöhung der Lohninflationsrate erwarten.

Eine ähnliche Argumentation trifft für die Preisinflation zu. Auch hier bewirkt $0 < \beta^F < 1$, daß ungeachtet der Nachfrage die Produzenten höhere Preise besser bewerten als niedrige und somit für die Haushalte verstärkt eine Angebotsverknappung bei den niedrigen Güterpreisen entsteht, was wiederum zu einer höheren Preisinflation führt als $0 < \beta^F \leq 1$.

Es werden im folgenden die Ergebnisse verschiedener numerischer Experimente mit dem dynamischen Alternativenwahlmodell unter besonderem Bezug auf Arbeitslosigkeit und Inflationsraten diskutiert. Wir wählten dabei den Fall eines Systems S mit einem Produktionssektor.

Bei den numerischen Experimenten konzentrierten wir uns auf die Einflüsse der "Verhaltensparameter" β^H bzw. β^F , die die jeweilige Flexibilität der Haushalte bzw. Firmen hinsichtlich ihrer Lohn- bzw. Preisforderungen unter Berücksichtigung der Beschäftigungs- bzw. Absatzsituation kennzeichnen.

Wir wählten als Ausgangssituation ein festes Parameterpaar (β^H, β^F) und untersuchten dann die Veränderungen von beobachteten Zustandsgrößen (nämlich der Arbeitslosenquote und der Inflationsraten) bei Variation der Parameter β^H und β^F . Wir stellen nun die Ergebnisse für drei Parameterwerte vor, die für die Kurvenverläufe, die sich bei Variation der Parameter ergaben, repräsentativ sind.

Zuvor möchten wir jedoch anmerken, daß die Tatsache, daß sich die Inflationsraten gegen Ende der Simulationen dem Wert Null nähern, darauf zurückzuführen ist, daß die Alternativenmengen aller Subsysteme endlich sind. Es gibt also minimale und maximale Löhne und Preise, was von Null verschiedene stationäre Inflationsraten nicht zuläßt.

Bild 5.4.11 zeigt die durch Simulation entstandenen Phillipskurven für die Parameterwerte $\beta^H = 0.1$ und $\beta^F = 0.5$. Wir unterscheiden fünf Phasen des Kurvenverlaufes.

In Phase 1 liegt die Preisinflation über der Lohninflation bei abnehmender Arbeitslosenquote. Beide Inflationsraten nehmen zu. In Phase 2 ist die Lohninflationsrate größer als die Preisinflationsrate. Die Zunahme der Inflationsraten setzt sich fort, die Arbeitslosenquote nimmt weiterhin ab.

Die Phase 3 ist eine Stagflationsphase. Arbeitslosenquote und Lohninflationsrate nehmen zu, die Preisinflation geht kurz nach Beginn der Phase wieder zurück, wodurch sich der Abstand zwischen Lohn- und Preisinflation vergrößert.

In Phase 4 nehmen beide Inflationsraten ab (die Lohninflation stärker als die Preisinflation), wohingegen die Arbeitslosenquote weiter steigt.

In Phase 5 schließlich nehmen beide Inflationsraten und die Arbeitslosenquote wieder ab.

Aufgrund der Parameterwerte $\beta^H = 0.1$ und $\beta^F = 0.5$ lassen sich die Haushalte als inflexibel und die Produzenten als flexibel im Sinne der oben eingeführten Interpretation der Parameter ansehen.

Eine Änderung des Parameters $\beta^F = 0.5$ zu $\beta^F = 0.1$, also zu inflexiblerem Verhalten der Produzenten hin, bewirkt - wie in Bild 5.4.12 zu erkennen ist - eine starke Erhöhung der Preisinflation und eine relativ schwache Erhöhung der Lohninflation. Die Philippskurven für die beiden Parametersätze $\beta^H = 0.1$, $\beta^F = 0.5$ und $\beta^H = 0.1$, $\beta^F = 0.1$ sind in Bild 5.4.13 dargestellt. Man erkennt, daß für $\beta^F = 0.1$ die Phasen 3 und 4 nicht auftreten.

Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich für $\beta^F = 0.1$, $\beta^H = 0.3$, also wenn die Haushalte im Vergleich zu den Produzenten flexibler reagieren.

Die Phillippskurven sind in Bild 5.4.14 dargestellt.

Zusammenfassend ließ sich bei den numerischen Experimenten erkennen, daß immer dann, wenn die Lohninflation im Vergleich zur Preisinflation wesentlich größer war, eine Phase der Zunahme der Arbeitslosigkeit auftrat, während dann, wenn die Lohninflation nur wenig größer oder sogar kleiner als die Preisinflation war, die Arbeitslosenquote während des gesamten Simulationsablaufes abnahm.

Schon bald nach dem Erscheinen von A. Phillipsens(56) Arbeit wurde von R. Lipsey(32) die Phillippskurve mittels Überlegungen zum Systemverhalten im Ungleichgewicht - insofern ähnlich wie in dieser Arbeit - analysiert. In der Zwischenzeit sind eine ganze Reihe weiterer Arbeiten über die Phillippskurve erschienen, denen die vorliegende Arbeit sich hinzugesellt.

Die hier berichteten, bis dato vorliegenden Ergebnisse liefern sicher nicht das, was man eine Erklärung der Phillippskurve nennen könnte. Durch ihre mesodynamische Betrachtungsweise scheint die Arbeit aber doch neue Analysemöglichkeiten zu eröffnen.

Bild 5.4.11 Phillipskurven
 $\beta^H = 0.1$ (inflexibel)
 $\beta^F = 0.5$ (flexibel)

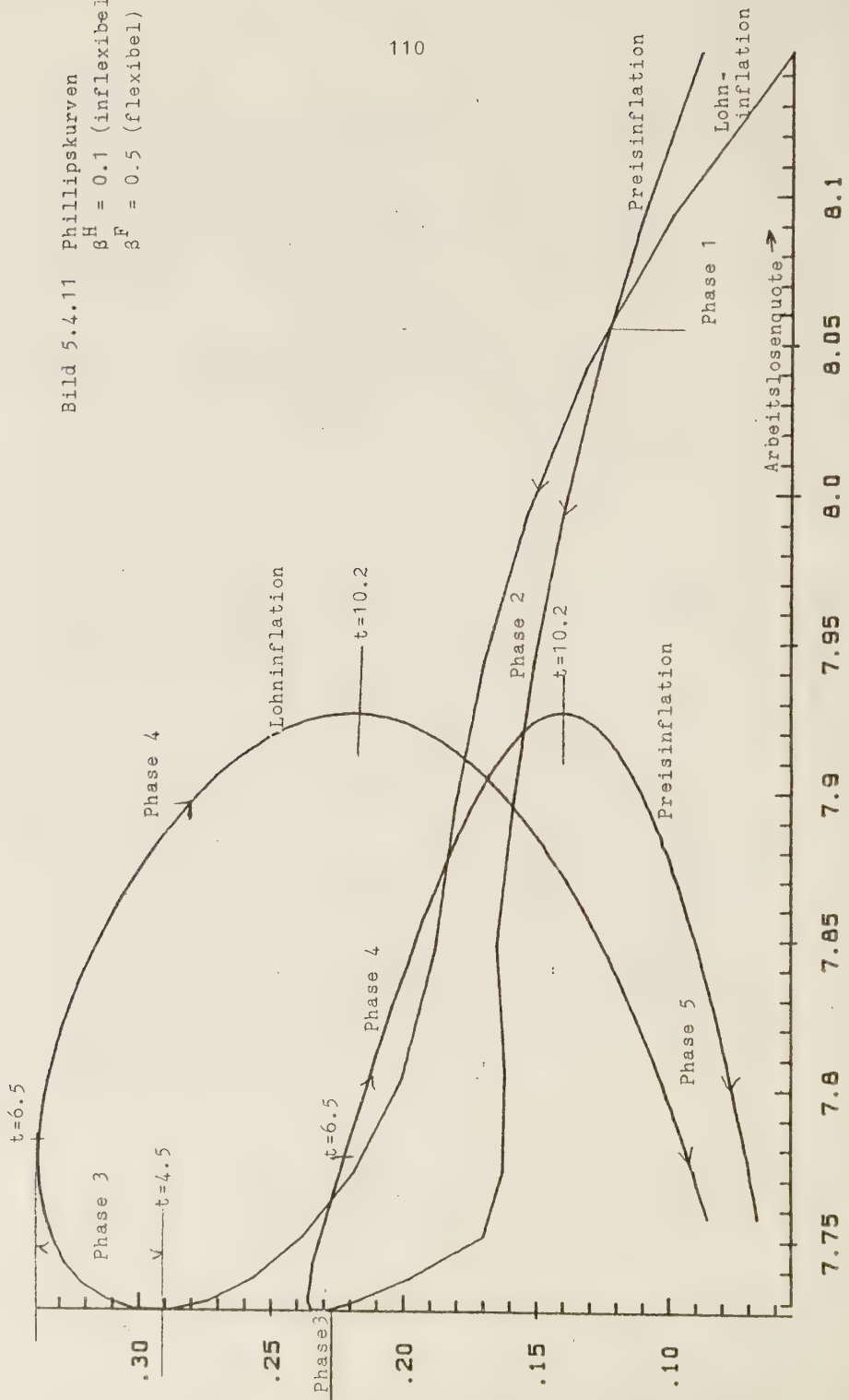


Bild 5.4.12 Inflationsraten für zwei

Parametersätze:

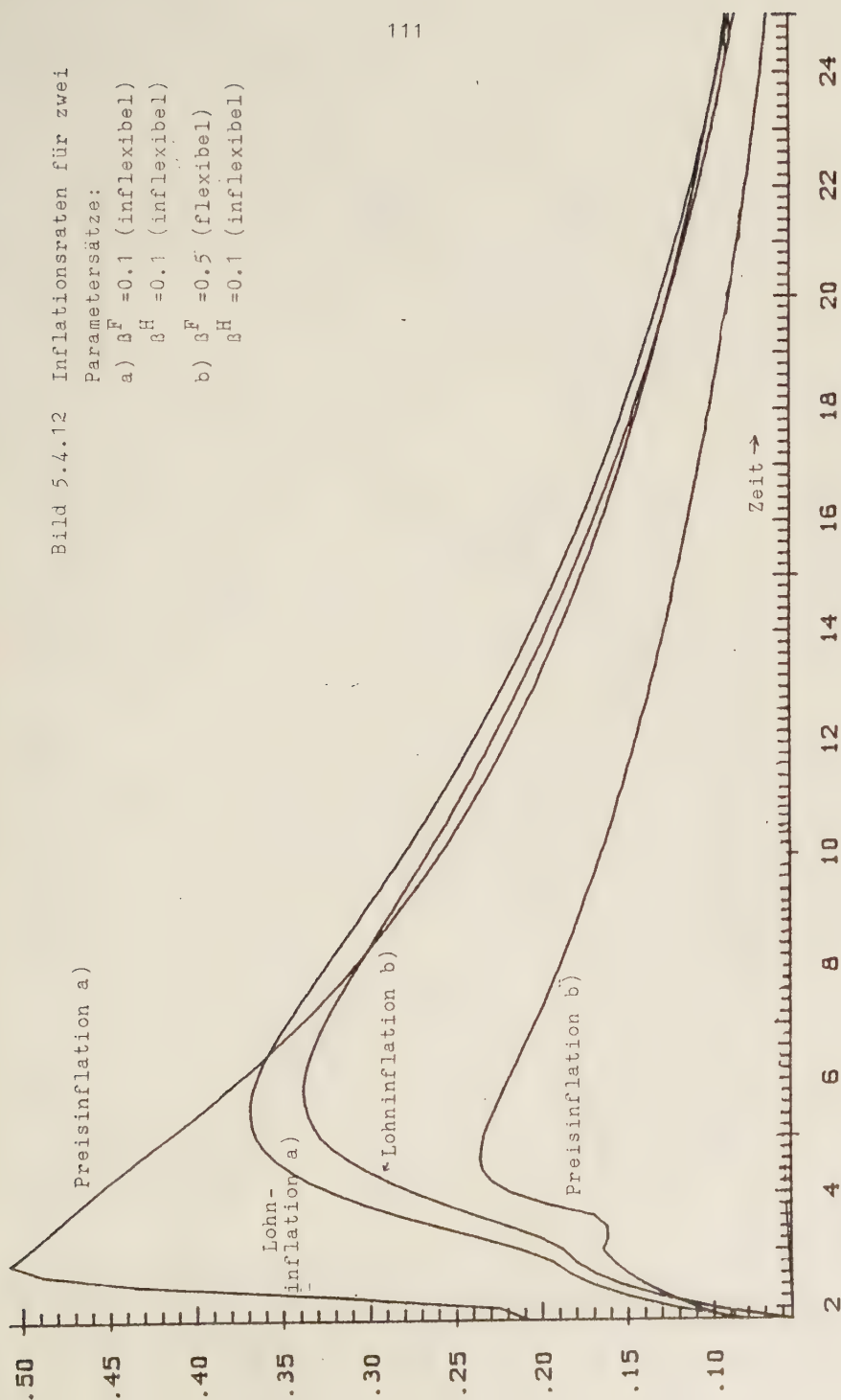
a) $\beta^F = 0.1$ (inflexibel) $\beta^H = 0.1$ (inflexibel)b) $\beta^F = 0.5$ (flexibel) $\beta^H = 0.1$ (inflexibel)

Bild 5.4.13 Phillipskurven für
die Parameter a)
und b)
(Zeitparameter t)

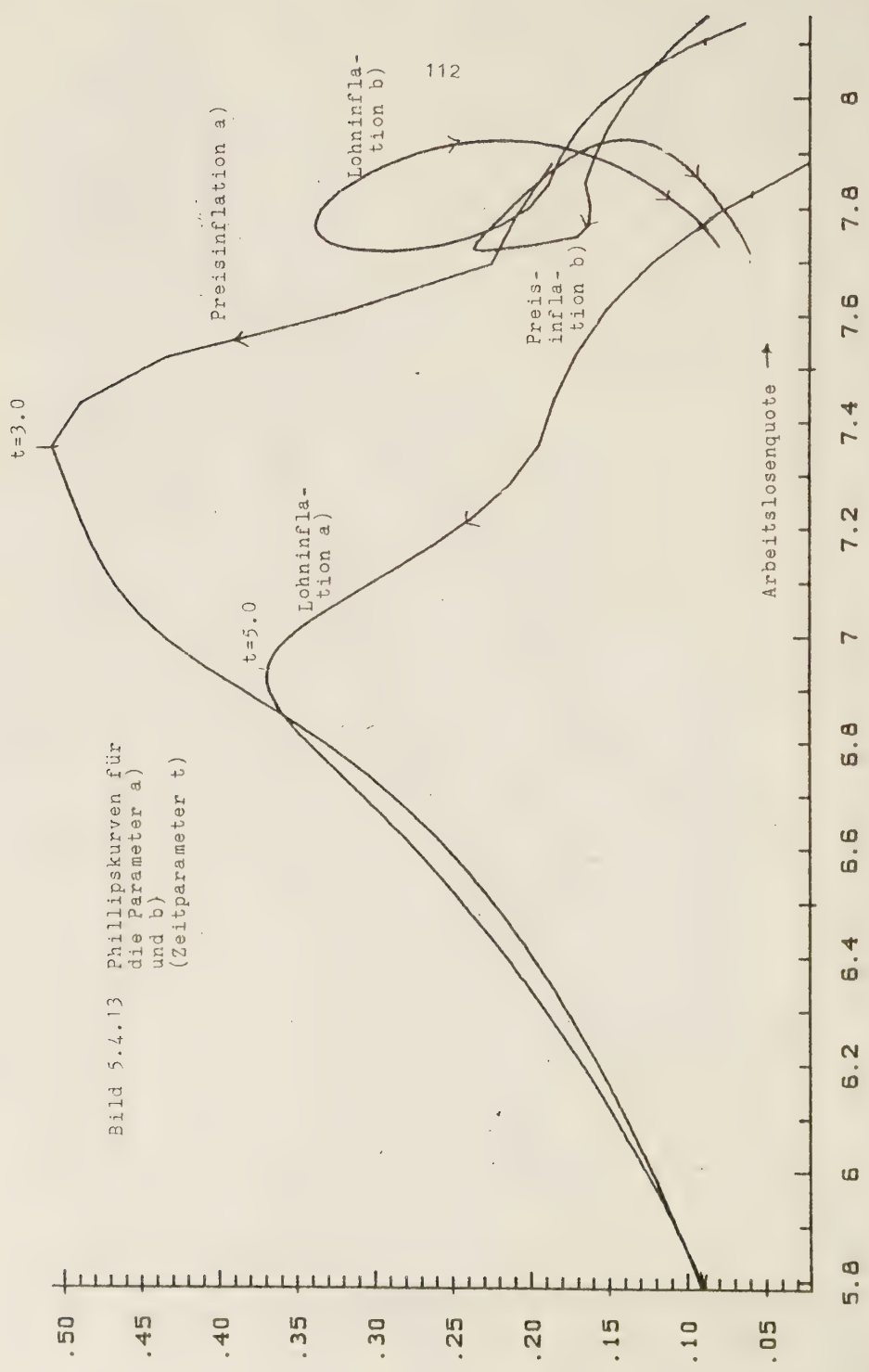
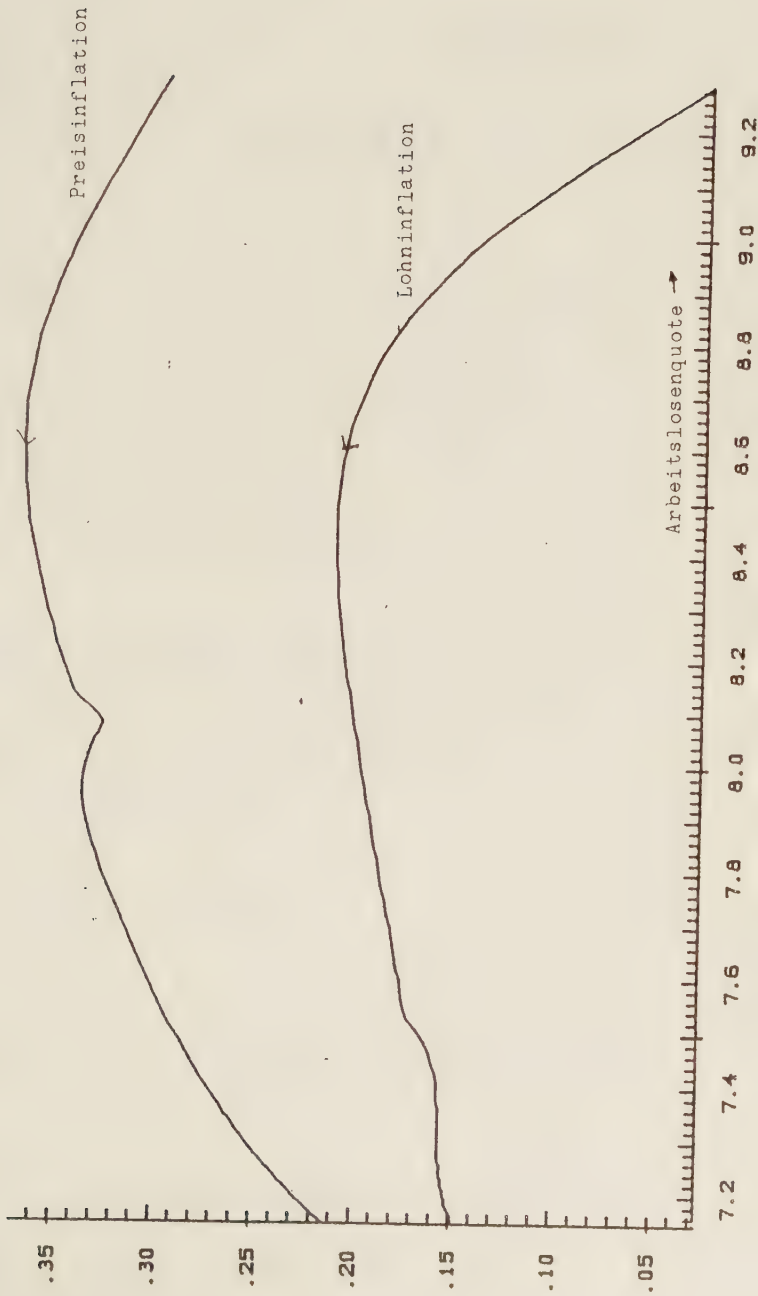


Bild 5.4.14 Phillipskurven

 $\beta^F = 0.1$ (inflexibel) $\beta^H = 0.3$ (flexibel)

Bezeichnungen:

$\mathbb{N}$	die natürlichen Zahlen
$\mathbb{R}$	die reellen Zahlen
$\mathbb{R}_+$	die positiven reellen Zahlen
$\mathbb{Z}$	die ganzen Zahlen
$a \in M$	a ist Element der Menge M
$X \subseteq Y$	die Menge X ist in der Menge Y enthalten
$ A $	Anzahl der Elemente der Menge A
(x_j)	Vektor x mit den Komponenten x_j
P	zeitliche Ableitung von P
f_x	Ableitung von f nach der Variablen x
$f'(1)$	Ableitung der Funktion f an der Stelle 1
x^T	zu x transponierter Vektor
(b_{jk})	Matrix mit Elementen b_{jk}
$\ (x_j)\ $	l_2 -Norm des Vektors (x_j)
$\ (b_{jk})\ $	maximale Zeilensummennorm der Matrix (b_{jk})

- (1a) Allen, P.
Urban evolution viewed as a selforganizing
non-linear system
Paper prepared for the annual meeting of the British RSA,
Durham University, Sept. 2 - 4th, 1981
- (1b) Allen, P.
A dynamic model of a simple market system
Manuskript
- (2) Weidlich, W., Haag, G.
Concepts and models of a quantitative sociology
Berlin 1983
- (3) Ginsburgh, V., Waelbroeck, J.
Activity analysis and general equilibrium modelling
Amsterdam 1981
- (4) Willekens, F., Por, A., Raquillet, R.
Entropy multiproportional and quadratic techniques
for inferring detailed migration patterns from
aggregate data. Mathematical theories, algorithms,
applications and computer programs
WP-79-88, Laxenburg 1979
- (5) Luce, R.
Individual choice behaviour
New York 1959
- (6) Anas, A.
Residential location markets and urban transportation
New York 1982
- (7) Dejon B.
Dynamics of equilibrating processes in disequilibrated
spatial interaction networks
Papers of the Regional Science Association,
vol. 44(1980), pp. 161-173

- (8) Wenzel, G.
 Zur Existenz und Stabilität von Lösungen gewisser
 impliziter Differentialinklusionen zur Beschreibung
 des dynamischen Gleichgewichts in abstrakten Netz-
 werken
 Dissertation, Institut für Angewandte Mathematik,
 Universität Erlangen-Nürnberg, 1982
- (9) Cordey-Hayes, M., Gleave, D.
 Migration dynamics and labour market turnover
 Progress in planning, Vol. 8 (1977), pp. 1-95
- (10) Feeney, G.
 Two models of mutiregional population dynamics
 Enviroment and Planning, 5, 1973, pp. 31-43
- (11) Lowry, I.
 Migration and metropolitan growth: Two analytiscal
 models
 San Francisco, 1966
- (12) Lansing, J., Mueller, E.
 The geographic mobility of labour
 Ann Arbor: Survey Research Center, Institute for Social
 Research, University of Michigan, 1967
- (13) Forrester, J.
 Urban dynamics
 Cambridge 1969
- (14) Daganzo, G.
 Multinomial Probit
 London 1979
- (15) Scarf, H.
 The computation of economic equilibria
 New Haven, 1973

- (16) Theil, H.
A multinomial extension of the linear logit model
Intern. Econ. Rev. 10, 1969, pp. 251-259
- (17) Iri, M.
Network flow, transportation and scheduling
New York, 1969
- (18) Böhler, E.
Nationalökonomie
Zürich, 1963
- (19) Alonso, W.
Location and land use
Cambridge, 1974
- (20) Muth, R.
Cities and housing
Chicago 1969
- (21) Mills, E.
Markets and efficient resource allocation in
urban areas
Swedish J. Econom. 74, 1972,
pp. 100-113
- (22) Nikaido, H.
Convex structures and economic theory
New York, 1968
- (23) Debreu, G.
Werttheorie
Berlin 1976
- (24) Burdet, K., Judd, K.
Equilibrium price dispersion Econometrica (51),
1983, pp. 955-970

- (25) Ben-Akiva, M.
Structure of passenger demand models
Ph. D. Dissertation, MIT, 1973
- (26) Warner, S.
Stochastic choice of mode in urban travel: A study
in binary choice
Evanston, Ill., 1962
- (27) McGillivray, R.
Demand and choice models of modal split
Journal of Transport Economics and Policy, 4 (1970),
pp. 192 - 207
- (28) Salop, S., Stiglitz, J.
The theory of sales: A simple model of equilibrium
price dispersion with identical agents
The American Economic Review, 1982, Vol. 72 No. 5,
pp. 1121-1130
- (29) Luenberger, D.
Introduction to dynamic systems
New York 1979
- (30) Neumann, M.
Kapitalbildung, Wettbewerb und ökonomisches Wachstum
Berlin 1968
- (31) Ramanathan, R.
Introduction to the theory of economic growth
Berlin 1983
- (32) Lipsey, R.
The relation between unemployment and the rate of change
of money wage rates in the United Kingdom, 1862-1957:
A further analysis
Economica, Febr. 1960, pp. 1-31

- (33) Hultgren, T.
Costs, prices and profits: Their cyclical relations
New York 1965
- (34) Means, G.
Industrial prices and their relative inflexibility
Senate Document No 13, Jan. 17, 1935, Washington, 1935
- (35) Aubin, J.-P.
A dynamical pure exchange economy with feedback
pricing
Journal of Economic Behaviour and Organization
2 (1981), pp. 95-127
- (36) Smale, S.
Exchange processes with price adjustment
Journ. Math. Economics 3, 1976, pp. 211-226
- (37) Meyer, U.
Neue Makroökonomik
Berlin 1983
- (38) Mc Fadden, D.
Conditional logit analysis of qualitative
choice behavior,
Working paper no. 199/BART 10 (University
of California, Berkeley), 1973
- (39) Domencich, T., Mc Fadden, D.
Urban travel demand
Amsterdam 1975
- (40) Smith, T.
Transition probabilities and behaviour in master
equation descriptions of population movements
in: D.A. Griffith, R. Mackinnon (eds): Dynamic spatial
models Sijthoff und Noordhoff 1981

- (41) Goodchild, M., Smith, T.
Intransitivity, the spatial interaction models and
U.S. migration streams
Environment and Planning A, Vol. 12. 1980, pp. 1131-1144
- (42) Smith, T., Slater, P.,
A family of spatial interaction models incorporating
information flows and choice set constraints applied
to U.S. interstate labour flows
Int. Reg. Science Rev., Vol. 6, No 1 pp. 15-31, 1981
- (43) Gaudry, M., Dagenais, M.
The dogit - model
Publ. no. 82 (Centre de Recherche sur les Transports,
University of Montreal, October 1977)
- (44) Arrow, K., Hahn, F.
General competitive analysis
San Francisco, 1971
- (45) Intriligator, M.
Mathematical optimization and economic theory
New York, 1971
- (46) Łoś, J., Łoś, W.
Computing equilibria: How and why?
Amsterdam 1976
- (47) Arrow, K., Intriligator, M.
Handbook of mathematical economics
Amsterdam 1981
- (48) Negishi, T.
General equilibrium and international trade
Amsterdam 1972

- (49) Dejon, B.
Attraction regulated dynamic equilibrium models of
migration of mutiplicative type
In: D.A. Griffith, C. Lea (eds):
Evolving Geographical Structures
The Hague, 1983
- (50) Dejon, B., Graef, F.
Eine Klasse von Modellen zur Beschreibung von
städtischen Agglomerations- und Deglomerationsprozessen
Stadt, Region, Land, 59, (1983), pp. 32-38
- (51) Dejon, B., Güldner, B.
Dynamics of wide sense migrational systems: A choice
theoretic setting
Erscheint in Papers of the Regional Science Association .
- (52) Kadanoff, L.
From simulation modell to public policy
American Scientist, Vol. 60, 1972, pp. 74-79
- (53) Madden, M., Moffat, J.
The modelling of migration in urban and regional
systems
in: Simulation of systems `79,
Dekker, L., Davastano, G., Vansteenkiste G. (eds.)
Amsterdam 1980
- (54) Ravenstein, E.
The laws of migration
J. Roy. Stat. Soc. 48 (1885), pp. 167-235
- (55) Schumann, J.
Grundzüge der mikroökonomischen Theorie
Berlin 1980

- (56) Phillips, A.
The relation between unemployment and the rate of
change of money wage rates in the United Kingdom,
1861-1957
Economica, New Series 25, 1958, pp. 283-299
- (57) Neumann, M.
Theoretische Volkswirtschaftslehre I - III
München 1982
- (58) Witt, U., Perske, J.
SMS - A program package for simulation and gaming
of stochastic market processes and learning behaviour
Berlin, 1982

Lebenslauf

Am 7. Juli 1956 wurde ich als Sohn des Polizeibeamten Josef Güldner und seiner Frau Kunigunda, geb. Zeis, in Bamberg geboren.

Von 1962 bis 1966 besuchte ich die Volksschule in Rottenbach (Kreis Coburg) und anschließend das Gymnasium Ernestinum in Coburg, wo ich 1975 das Abitur bestand.

Im Wintersemester 1975/76 begann ich das Studium der Mathematik an der Universität Erlangen-Nürnberg, welches ich 1981 mit der Diplomprüfung abschloß.

Im März 1981 heiratete ich die Notariatsangestellte Marianne Greif.

Seit dem 1. April 1981 bin ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Angewandte Mathematik der Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl Prof. Dr. B. Dejon, beschäftigt.

